

Abschlussprüfung 2023 – Mathematik schriftlich

Klassen F3a, F3b und F3d

Prüfungsdauer 3 Stunden

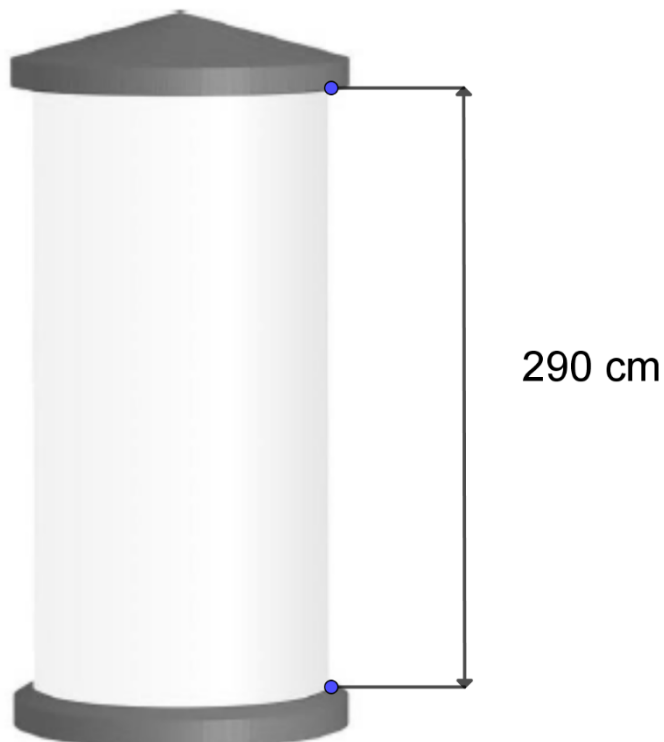
Hilfsmittel Die von Ihren Lehrpersonen bewilligten Taschenrechner und Formelsammlungen sind erlaubt.

Bemerkungen Beginnen Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt.
Alle Lösungswege müssen nachvollziehbar sein.
Alle Zwischenergebnisse sind so genau wie möglich weiter zu verwenden. Nur das Endergebnis ist auf zwei Stellen nach dem Komma zu runden.

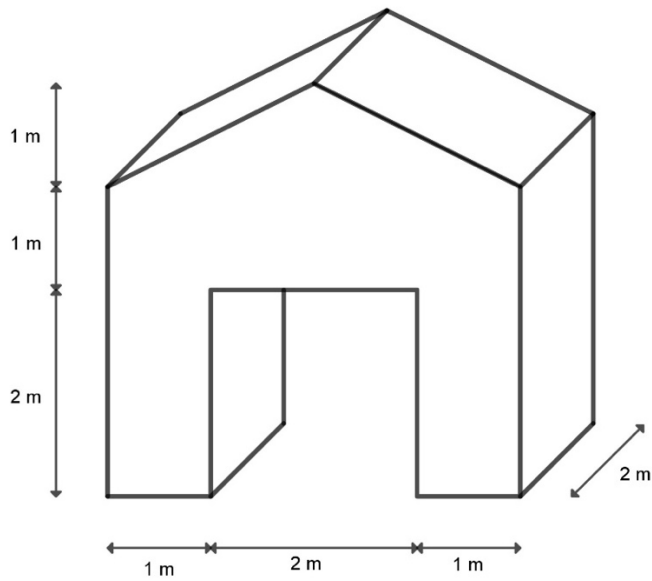
Punktetotal 50.5

Aufgabe 1 Raum und Stereometrie (7 Punkte)

1. Die Werbefläche einer Litfasssäule hat eine Höhe von 290 cm (siehe untenstehende Skizze). Die Säule ohne Deckel und Sockel hat einen Durchmesser von 115 cm. Wie teuer wird es, auf der gesamten zur Verfügung stehenden Fläche für ein Produkt zu werben, wenn 1 m² der Werbefläche CHF 97.- kostet? (2 P)



2. Gegeben sei der untenstehende Körper, welcher aus Buchenholz gefertigt wurde.



- a) Zeichnen Sie die drei Ansichten Aufriss (von vorne), Seitenriss (von rechts) und Grundriss (von oben) auf die Vorlage auf Seite 10. (3 P)
- b) Berechnen Sie das Volumen und die Masse des Körpers.
Die Dichte von Buchenholz beträgt 0.7 g/cm^3 . (2 P)

Aufgabe 2 Lineares (8 Punkte)

1. Gegeben ist die Funktionsgleichung der Geraden g : $y = 5x - 40$.
- a) Zeichnen Sie den Graphen der Geraden g ins Koordinatensystem auf Seite 11 ein. (1 P)
 - b) Berechnen Sie die Funktionsgleichung der Geraden h , welche senkrecht auf g steht und durch den Punkt $P(-10/17)$ geht. (2 P)
 - c) Gerade f ist parallel zur Geraden i : $y = -\frac{4}{5}x + \frac{7}{5}$ und hat den y-Achsenabschnitt $q = -\frac{26}{5}$. Die Geraden g und f schneiden sich im Punkt S .
 - c₁) Wie lautet die Funktionsgleichung der Geraden f ? (1 P)
 - c₂) Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes S . (1.5 P)
2. Ein hochwertiger Parkettboden aus Eichenholz kostet CHF 105.- pro Quadratmeter. Zum Preis des Holzes kommen einmalige Lieferkosten von CHF 78.- dazu.
- a) Stellen Sie eine passende Funktionsgleichung auf für den Gesamtpreis in Abhängigkeit der Fläche. (1 P)
 - b) Berechnen Sie, ab wie vielen ganzen Quadratmetern Eichenparkett die Lieferkosten weniger als 1% des Gesamtpreises ausmachen. (1.5 P)

Aufgabe 3 Statistik (3 Punkte)

Am Gymnasium Liestal wurden die Lehrerinnen und Lehrer der Fachschaft Mathematik nach ihrem Alter gefragt. Dabei hat sich folgendes Bild ergeben:

Lehrer*in	Alter	Lehrer*in	Alter
1	32	8	64
2	62	9	41
3	54	10	54
4	49	11	50
5	37	12	57
6	56	13	48
7	60	14	54

a) Ermitteln Sie folgende Kennzahlen und notieren Sie Ihre Lösungen in die Tabelle auf Seite 12.

Median
Minimum
Maximum
1. Quartil
3. Quartil

(1.5 P)

b) Erstellen Sie mit Ihren Kennzahlen einen Boxplot.
Benutzen Sie dazu die Vorlage auf Seite 12.

(1.5 P)

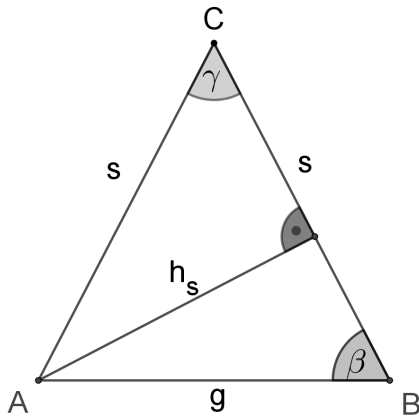
Aufgabe 4 Quadratisches (8.5 Punkte)

Gegeben ist die Funktionsgleichung $y = -x^2 + 6x - 5$ einer Parabel p .

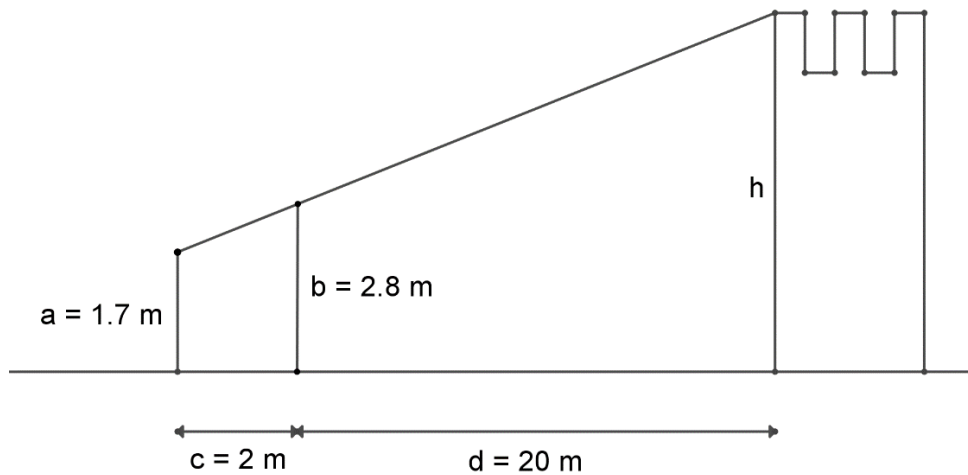
- a) Berechnen Sie die Nullstellen der Parabel p . (2 P)
- b) b₁) Berechnen Sie die Koordinaten des Scheitelpunktes S . (1.5 P)
b₂) Wie lautet die Scheitelpunktform der Parabel p ? (0.5 P)
- c) Tragen Sie nun die Parabel p in das Koordinatensystem Seite 13 mit Hilfe von fünf sinnvoll ausgewählten Punkten ein. (1.5 P)
- d) Von der Geraden g weiss man, dass sie die Steigung 2 hat und die Parabel p bei $y = 3$ schneidet. Berechnen Sie die Funktionsgleichung der Geraden g (es gibt 2 mögliche Geraden, eine genügt). (3 P)

Aufgabe 5 Trigonometrie und Strahlensätze (5.5 Punkte)

1. Berechnen Sie die Längen der Seiten g und s sowie den Winkel β im gleichschenkligen Dreieck. (2.5 P)
 $h_s = 34.2 \text{ cm}$, $\gamma = 51^\circ$



2. Um die Höhe h des abgebildeten Turms zu ermitteln, werden zwei Stäbe $a = 1.7 \text{ m}$ und $b = 2.8 \text{ m}$ aufgestellt. Beide Stäbe stehen senkrecht zum Boden. Über ihre oberen Enden kann man die vorderste Turmspitze anpeilen. Weiter werden folgende Längen gemessen: $c = 2 \text{ m}$ und $d = 20 \text{ m}$. Berechnen Sie die Turmhöhe h . (3 P)



Aufgabe 6 Kombinatorik und Wahrscheinlichkeit (7.5 Punkte)

1. In einer Urne befinden sich sieben weisse und zwei schwarze Kugeln.
 - a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für das Ziehen einer weissen Kugel. (1 P)
 - b) Es werden nacheinander zwei Kugeln gezogen. Die gezogene Kugel wird sofort wieder zurückgelegt. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass zwei schwarze Kugeln gezogen werden. (1 P)
 - c) Es werden wieder zwei Kugeln gezogen. Die Kugeln werden nun nicht wieder zurückgelegt. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass jetzt zwei schwarze Kugeln gezogen werden. (1 P)

2. Xenia hat im Rahmen ihrer selbständigen Arbeit verschiedene Glacé-Varianten kreiert. Dabei sind folgende 16 Sorten, unterteilt in 4 Geschmacksrichtungen, zustande gekommen:
 - 7 Fruchtaromen
 - 2 Caramelsorten
 - 4 Schokovarianten
 - 3 Spezialaromen (Gummibärchen, Lakritze und Speculoos)
 - a) Auf wie viele Arten kann Xenia die 16 Glacésorten in ihrem Eiswagen in einer Reihe anordnen? Geben Sie das Resultat in wissenschaftlicher Schreibweise an. (1 P)
 - b) Auf wie viele Arten kann sie die 16 Sorten nach Geschmacksrichtung (Frucht, Caramel, Schoko, Spezial) anordnen (d.h. Sorten derselben Geschmacksrichtung sind nicht unterscheidbar)? (1.5 P)

Bei der Einweihung ihres Eiswagens hat Xenia viele Gäste. Jeder Gast erhält zur Begrüssung eine Kugel Glacé, die Xenia zufällig aus den 16 Glacé-Varianten auswählt.

- c) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass Peter als Begrüssungsglacé eine der Schokovarianten erhält? (1 P)
- d) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass er kein Frucht-Aroma erhält? (1 P)

Aufgabe 7 Potenzen und Wurzeln (6 Punkte)

1. Vereinfachen Sie die Ausdrücke so weit wie möglich. Die Resultate sollen keine Klammern, keine Wurzeln und keine negativen Exponenten enthalten.

a) $x^3 \cdot x^{-4} =$ (1 P)

b) $\left(\frac{z^5}{z^3}\right)^{-8} =$ (1 P)

c) $\sqrt[4]{81y^{14} \cdot y^2} =$ (1 P)

2. Ein Ahornblatt mit einer Gesamtoberfläche von 350 cm^2 wird von quadratischen Blatthautzellen bedeckt. Diese Blatthautzellen haben eine Seitenlänge von durchschnittlich 0.02 mm .

- a) Wie viele Blatthautzellen hat ein Ahornblatt?
Geben Sie das Resultat in wissenschaftlicher Schreibweise an. (1.5 P)

Falls Sie die Anzahl Blatthautzellen nicht bestimmen können, wählen Sie für Aufgabe b) die Ersatzgrösse $1.05 \cdot 10^8$.

- b) Wie lange wäre die Strecke aller Blatthautzellen eines Ahornbaums mit 40'000 Blättern, wenn man alle Blatthautzellen aneinanderreichte?
Geben Sie das Resultat in der Masseinheit Kilometer an. (1.5 P)

Aufgabe 8 Exponentielles (5 Punkte)

Kurz vor Mitternacht werden Kriminalhauptkommissar Thiel und der Rechtsmediziner Professor Boerne zum Tatort gerufen. Um 24.00 Uhr stellt Boerne bei der Leiche eine Körpertemperatur von 28°C fest. Zwei Stunden später, also um 02.00 Uhr, beträgt die Körpertemperatur noch 24°C . Am Tatort herrscht konstante Umgebungstemperatur.

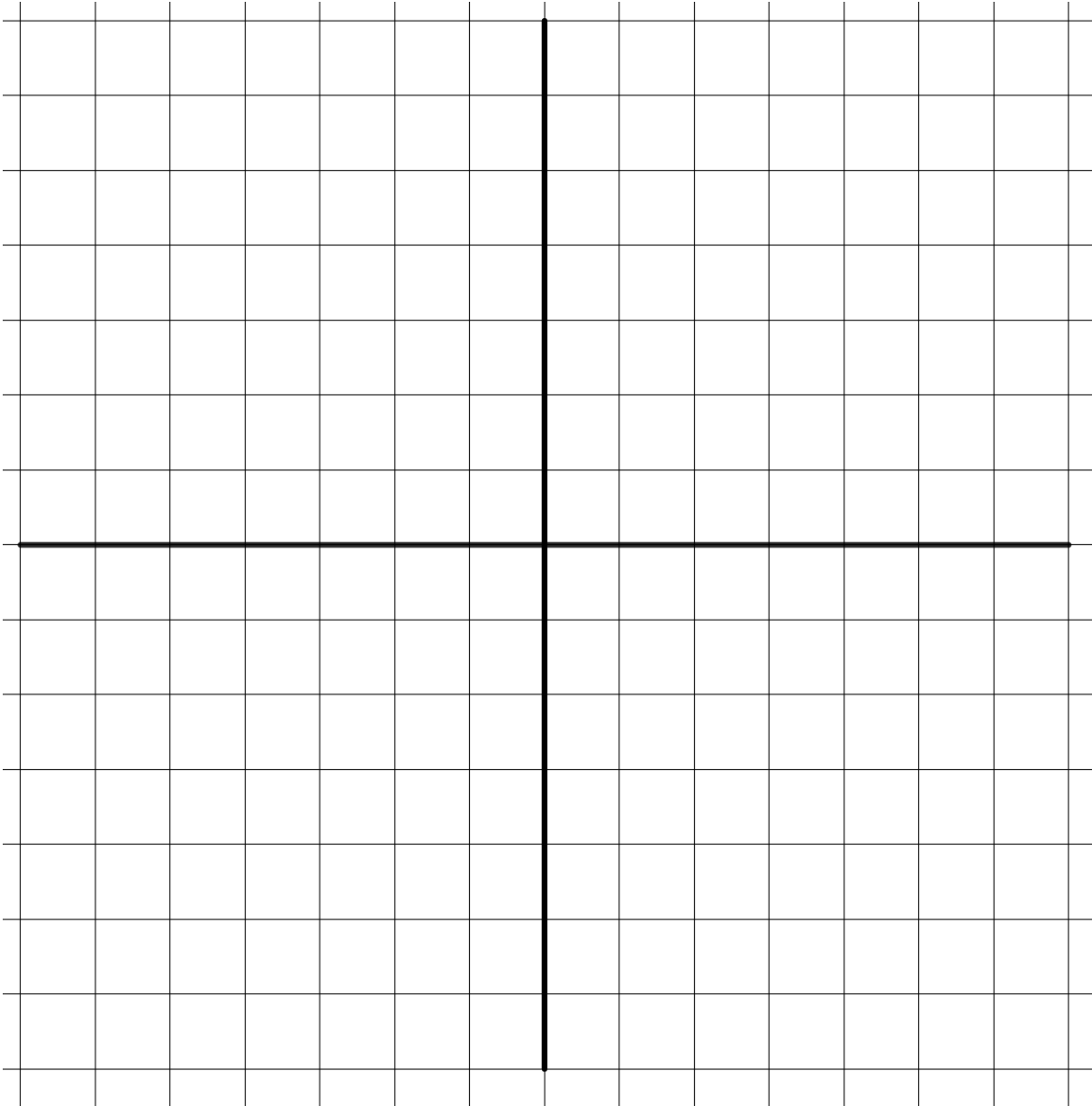
- a) Wie gross ist die stündliche Zerfallsrate der Körpertemperatur? Geben Sie die Abkühlung mittels Zerfallsfaktor mit drei Nachkommastellen an. (2 P)

Thiel möchte den ungefähren Todeszeitpunkt wissen und fragt Boerne nach seiner Einschätzung. Der Rechtsmediziner erklärt ihm, dass bei konstanter Umgebungstemperatur die Körpertemperatur gemäss einer exponentiellen Zerfallsfunktion abnimmt. Thiel solle doch mal versuchen, seine Berechnungen selbst anzustellen. Er solle beim lebenden Menschen von einer Körpertemperatur von 37°C ausgehen.

Falls Sie den Faktor nicht berechnen konnten, rechnen Sie mit dem Ersatzfaktor 0.950 weiter.

- b) Helfen Sie dem Kriminalhauptkommissar und ermitteln Sie jetzt den Todeszeitpunkt (geben Sie die Uhrzeit auf Minuten genau an). (2 P)
- c) Die Leiche wird jetzt in den Kühlraum der Gerichtsmedizin gebracht. Der Einfachheit halber wird mit derselben Zerfallsrate wie bisher weitergerechnet. Welche Körpertemperatur ist zu erwarten, wenn der Professor mit seinen Untersuchungen um 08.00 Uhr beginnen wird? Die Temperatur ist auf 1 Stelle nach dem Komma zu runden. (1 P)

Vorlage zu Aufgabe 1.2.



Koordinatensystem zu Aufgabe 2.1. a)

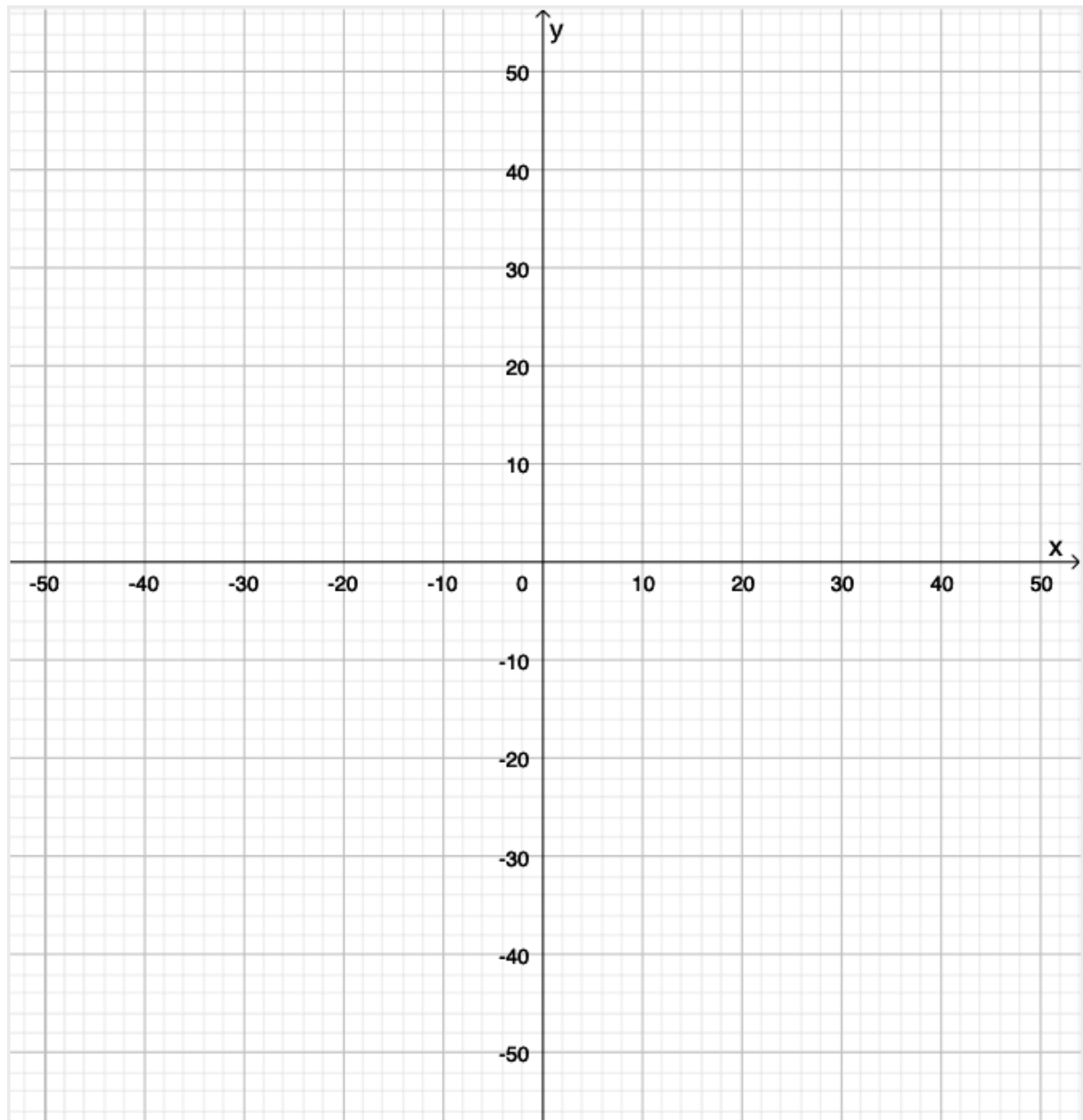
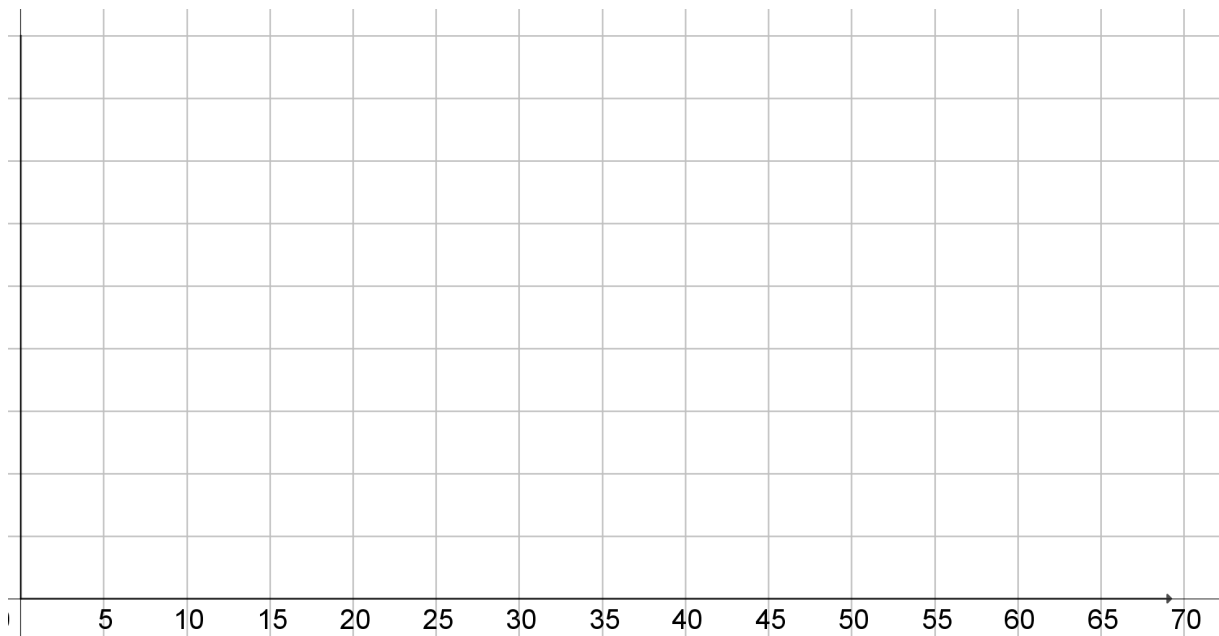


Tabelle zu Aufgabe 3.1.

Median	
Minimum	
Maximum	
1. Quartil	
3. Quartil	

Boxplot-Vorlage zu Aufgabe 3.2.



Koordinatensystem zu Aufgabe 4. c)

