

Abschlussprüfung 2022 - Mathematik schriftlich

Klassen F3a, F3b, F3c, F3d

Prüfungsdauer:	3 Stunden
Punktetotal:	53 Punkte
Erlaubte Hilfsmittel:	Von den Lehrpersonen zugelassene Taschenrechner und Formelsammlungen
Bemerkungen:	Beginnen Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt . Alle Lösungswege müssen nachvollziehbar sein. Alle Zwischenergebnisse sind so genau wie möglich weiter zu verwenden. Endergebnisse sind auf zwei Stellen nach dem Komma zu runden.

1 Lineares (8 Punkte)

- a) Gegeben ist die Funktion $f(x) = \frac{1}{3}x + 1$
- a₁) Zeichnen Sie den Graphen der Funktion f in das Koordinatensystem auf Seite 11 ein. (2P.)
- a₂) Gegeben sei weiter der Punkt $A(2 \mid 5)$. Tragen Sie den Graphen der Funktion g , der senkrecht auf der Geraden f steht und durch den Punkt A geht, in das Koordinatensystem auf Seite 11 ein. Berechnen Sie von der Geraden g die Steigung m und den y -Achsenabschnitt q . (2P.)
- a₃) Berechnen Sie die Nullstelle von f . (x – Koordinate des Schnittpunkts des Graphen von f mit der x -Achse) (1P.)
- b) Addiert man zu einer ersten Zahl das Doppelte einer zweiten Zahl, so erhält man 142. Als Ergebnis erhält man aber 5, wenn das 5-fache der ersten Zahl von der zweiten Zahl subtrahiert wird. Wie heissen die beiden Zahlen? (3P.)

2 Exponentielles (6 Punkte)

In einer Bakterienkultur werden 2 Stunden nach dem Ansetzen rund 600, nach weiteren 4 Stunden (also 6 Stunden nach dem Ansetzen) rund 25.000 Bakterien gezählt. Man weiss, dass die Bakterienkultur exponentiell wächst.

- a) Wie groß ist die stündliche Zuwachsrate der Bakterienkultur? Geben Sie das Wachstum mittels Wachstumsfaktor mit zwei Dezimalstellen an. (2P.)

(Falls Sie den Wachstumsfaktor nicht berechnen konnten, rechnen Sie mit dem Ersatzfaktor $a = 2.40$ weiter.)

- b) Wie viele Bakterien wurden zu Beginn angesetzt? (2P.)
- c) Wie viele Stunden nach dem Ansetzen dauert es, bis die Bakterienkultur eine Million Bakterien umfasst? (2P.)

3 Potenzen und Wurzeln (8 Punkte)

- a) Vereinfachen Sie die Ausdrücke soweit wie möglich. Die Resultate sollen keine Klammern und keine negativen Exponenten enthalten. (2,5P.)

a₁) $\frac{a^{-9}}{a^{-2}}$

a₂) $(c^3)^2 \cdot \frac{(2v)^2}{c}$

- b) Vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke soweit wie möglich. Die Resultate dürfen keine Wurzelzeichen mehr enthalten. (2P.)

b₁) $\left(\sqrt[3]{x^4}\right)^9$

b₂) $\sqrt[5]{x^2} \cdot \left(\sqrt[5]{x}\right)^4$

- c) 70 Billionen Bakterien leben im Dickdarm eines Menschen und 300 Millionen Bakterien leben auf der Haut eines Menschen. Wie viele Bakterien leben in den Dickdärmen und auf der Haut aller 7.9 Milliarden Menschen zusammen? Geben Sie das Resultat in wissenschaftlicher Schreibweise an (Resultat mit zwei Dezimalstellen). (1,5P.)

- d) Lösen Sie die folgende Wurzelgleichung und überprüfen Sie Ihre Lösung. (2P.)
 $2 \cdot \sqrt{x+1} = 4$

4 Stochastik (9 Punkte)

Kombinatorik / Wahrscheinlichkeit

Nach seiner Geburtstagsfeier hat Ferdinand noch zehn Kuchenstücke übrig. Es gibt sechs Stück Schokoladenkuchen und vier Stück Obstkuchen. Stücke der gleichen Kuchensorte sind nicht unterscheidbar.

- a) Ferdinand stellt alle Kuchenstücke nebeneinander. Wie viele mögliche Anordnungen gibt es für die Kuchenstücke? (1P.)
- b) Da er nicht alle Kuchenstücke alleine essen möchte, lädt Ferdinand drei seiner besten Freunde ein. Allerdings hat er acht Freunde, von denen er drei auswählen muss. Wie viele Möglichkeiten zum Auswählen der Freunde hat er? (1P.)
- c) Für die drei Freunde wählt Ferdinand zufällig drei Kuchenstücke aus und legt sie nebeneinander.
 - c₁) Erstellen Sie ein Baumdiagramm für die zufällige Wahl der drei Kuchenstücke. Benutzen Sie die Vorlage auf Seite 12. (1P.)
 - c₂) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass er drei Stück Schokoladenkuchen wählt? (1P.)
 - c₃) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass er mindestens zwei Stück Schokoladenkuchen wählt? (2P.)

Statistik

- e) In der Schweiz gibt es sechs Städte mit über 100 000 Einwohnern. Das Bundesamt für Statistik hat für das Jahr 2015 folgende Einwohnerzahlen erfasst:

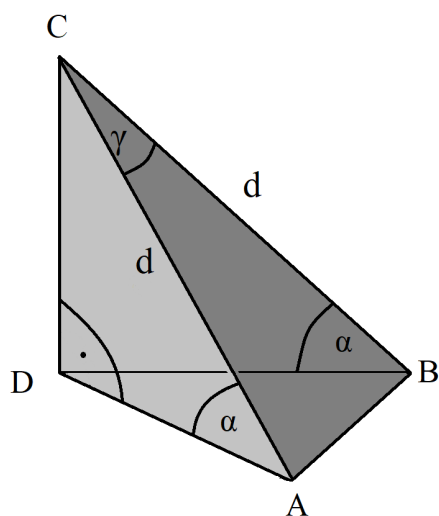
Zürich	396027	Bern	140634
Genf	194565	Lausanne	135629
Basel	168620	Winterthur	106778

Berechnen Sie für die sechs Städte

- e₁) den Mittelwert, (1P.)
- e₂) den Median (1P.)
der Einwohnerzahlen.
- e₃) Begründen Sie, warum der Mittelwert und der Median (1P.)
verhältnismässig weit auseinander liegen.

5 Trigonometrie (6 Punkte)

Gegeben ist eine Pyramide mit der Grundfläche ABD und der Spitze C , die senkrecht über D liegt. Zudem ist die Strecke $\overline{AD} = 7,2$ cm, der Winkel $\alpha = 43^\circ$ und $\gamma = 36^\circ$.



- a) Bestimmen Sie die Länge der Seite d . (1P.)
- b) Berechnen Sie den Inhalt der Pyramidenfläche ABC . (3P.)
- c) Welchen Winkel schliesst die Pyramidenfläche ABC mit der Grundfläche ABD ein? (2P.)

6 Quadratisches (8 Punkte)

Ein Veranstalter plant für den Sommer 2022 eine Konzertreihe in Liestal. In den vorherigen Jahren hat der Veranstalter pro Ticket CHF 60 verlangt und im Schnitt 750 Besucher:innen pro Abend gezählt. Dadurch betrugen die Einnahmen pro Abend im Schnitt also CHF 45'000. Der Veranstalter möchte seine Einnahmen für das Jahr 2022 optimieren.

- a) Eine Marktforschungsumfrage hat untersucht, wie sich eine Preisänderung der Tickets auf die Anzahl Besucher:innen und damit auf die Einnahmen pro Abend auswirken würde. Die Funktion e stellt den Zusammenhang der Preisänderung x (in CHF) und den Einnahmen $e(x)$ (in CHF) pro Abend dar:

$$e(x) = -7x^2 + 300x + 45000$$

Runden Sie alle Ergebnisse auf Rappen genau.

- a₁) Wie hoch sind die Einnahmen pro Abend, wenn der Ticketpreis um CHF 20 angehoben wird? (1P.)
- a₂) Welchen Ticketpreis muss der Veranstalter verlangen, wenn er Einnahmen von mindestens CH 46'000 pro Abend erzielen möchte? (2P.)
- a₃) Welchen Ticketpreis muss der Veranstalter verlangen, wenn er die maximal möglichen Einnahmen pro Abend erzielen möchte? Geben Sie den Ticketpreis und die maximal möglichen Einnahmen an. (2P.)

- b) Der Veranstalter lässt zur Sicherheit eine zweite Marktforschungsumfrage durchführen. Diese ergibt, dass bei einer Preiserhöhung um CHF 1 im Schnitt jeweils 8 Personen weniger und bei einer Preisreduktion um CHF 1 im Schnitt jeweils 8 Personen mehr an der Veranstaltung teilnehmen.
- b₁) Stellen Sie ausgehend von den zweiten Umfrageergebnissen eine Übersicht der Ticketpreise, der erwarteten Besucheranzahl und des zugehörigen Umsatzes her, indem Sie die Tabelle auf Seite 13 vervollständigen. (1P.)
- b₂) Stellen Sie die Normalform der quadratischen Funktion u auf, welche den Umsatz $u(x)$ des Veranstalters in Abhängigkeit der Preisänderung x beschreibt, wenn den zweiten Umfrageergebnissen Glauben geschenkt wird. (2P.)

7 Stereometrie (5 Punkte)

Hannah hat zu ihrem Geburtstag ein Set mit Bauklötzen (Längenangaben siehe Abbildung 1a) von ihren Eltern erhalten, mit dem sich allerhand Körper erstellen lassen. Sei $a = 2.5$ cm. Die Höhe aller Bauklötze beträgt a .

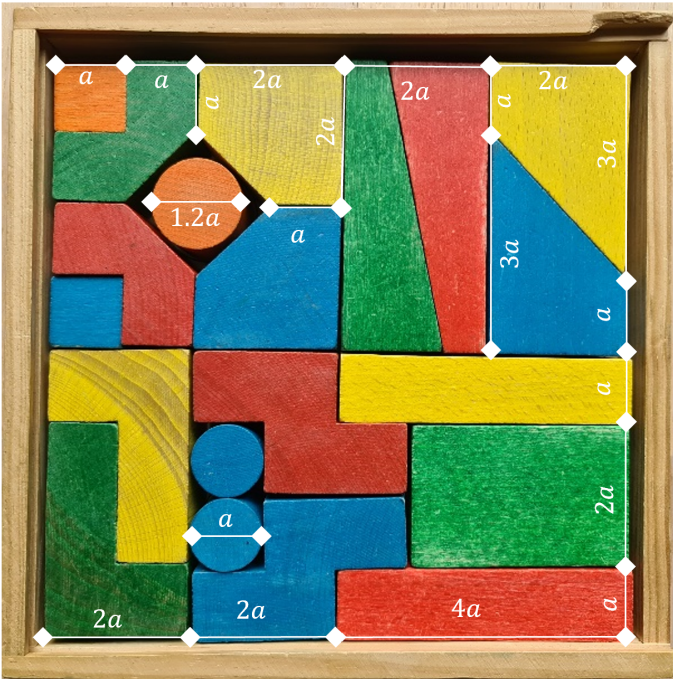
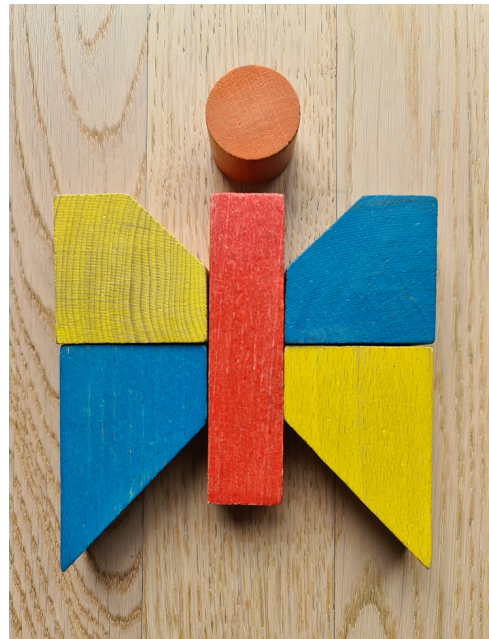


Abbildung: 1a



1b

Hannah baut auf ihrem Schreibtisch einen Schmetterling (vgl. Abbildung 1b).

- a) Berechnen Sie die Auflagefläche (=Deckfläche) des Körpers. (2,5P)

Falls Sie Aufgabe a) nicht lösen, rechnen Sie mit $A = 140 \text{ cm}^2$ weiter.

- b) Berechnen Sie das Materialvolumen des entstandenen Körpers. (0,5P)

- c) Berechnen Sie die Masse des Körpers, wenn die Klötze aus Eichenholz angefertigt sind (Dichte von Eichenholz: 870 kg/m^3). Geben Sie Ihr Resultat in g an. (2P)

8 Raumgeometrie (3 Punkte)

Zeichnen Sie den Grund-, Auf- und Seitenriss des untenstehenden Körpers (vgl. Abbildung 2, Einheit in cm) in die Vorlage auf Seite 14. Die Gesamthöhe des Körpers beträgt 25 cm. (3P.)

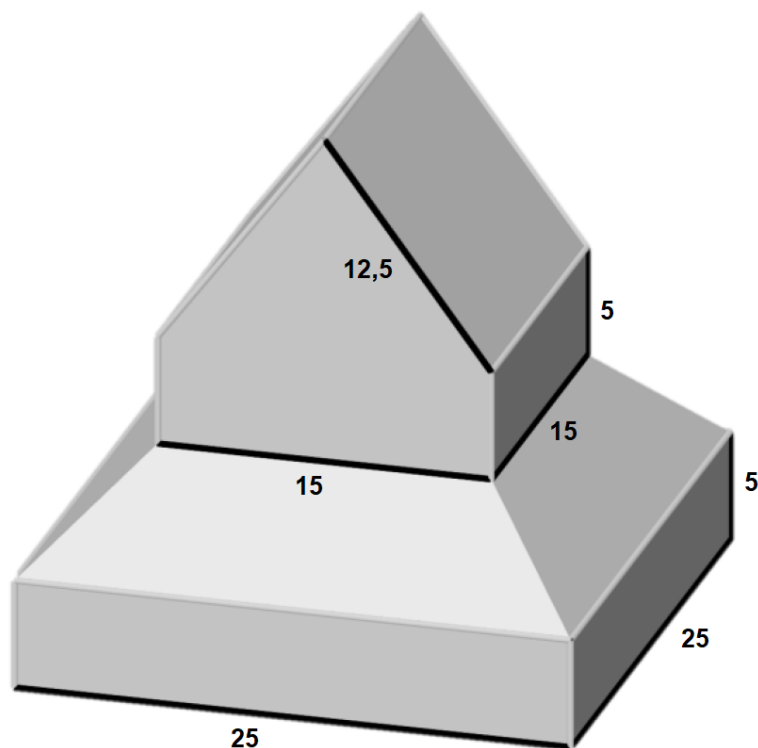
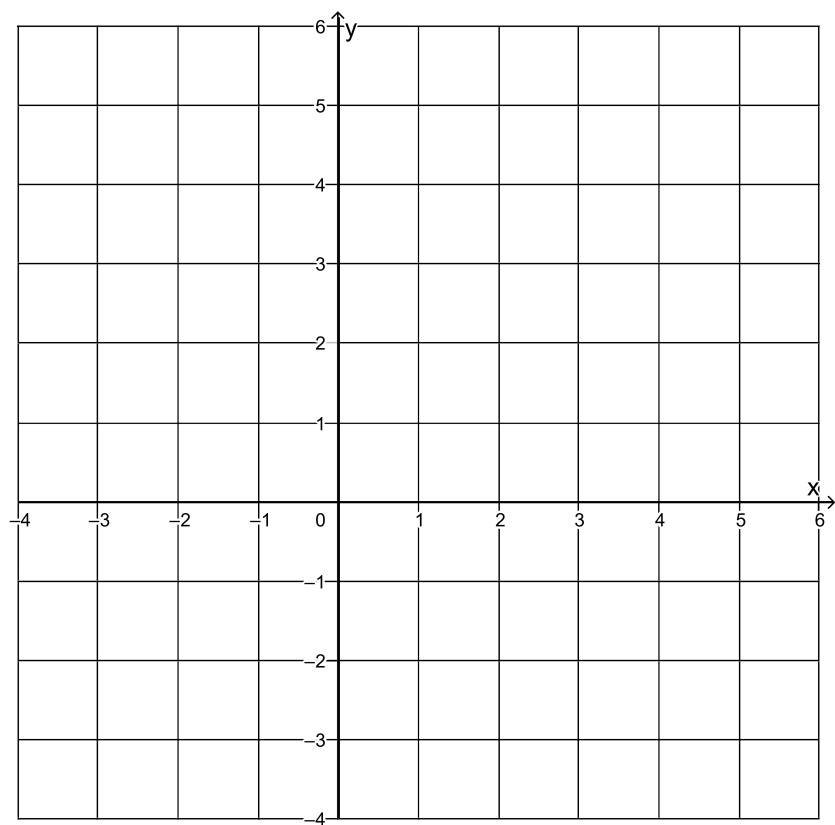
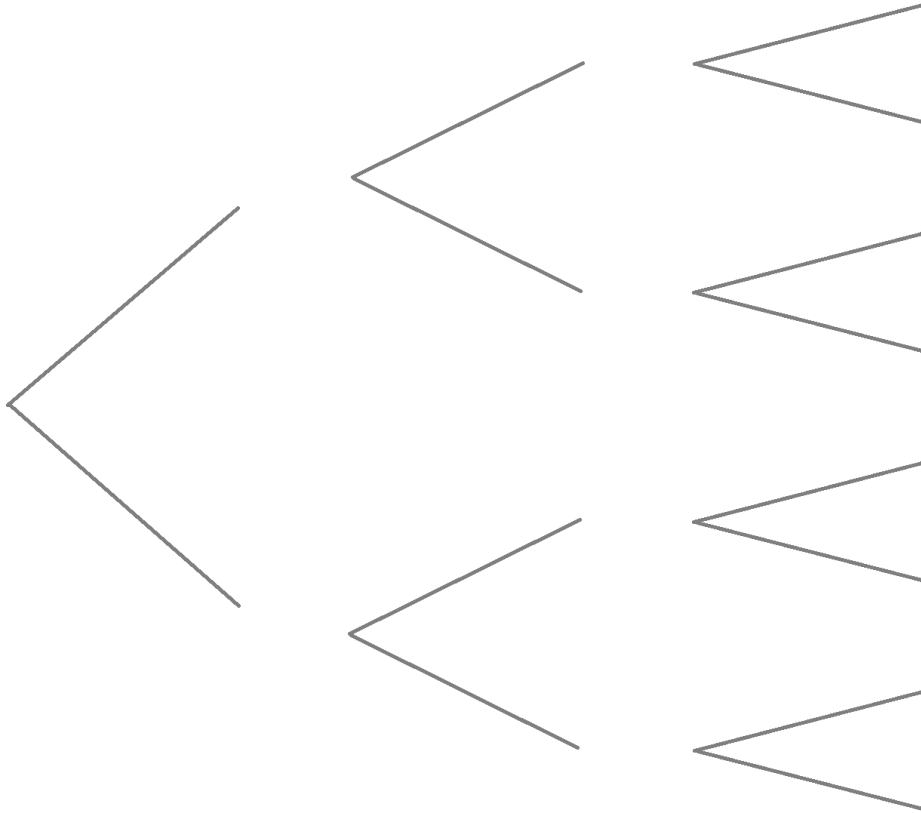


Abbildung 2

Vorlage für Aufgabe 1a und 1b

Name: _____

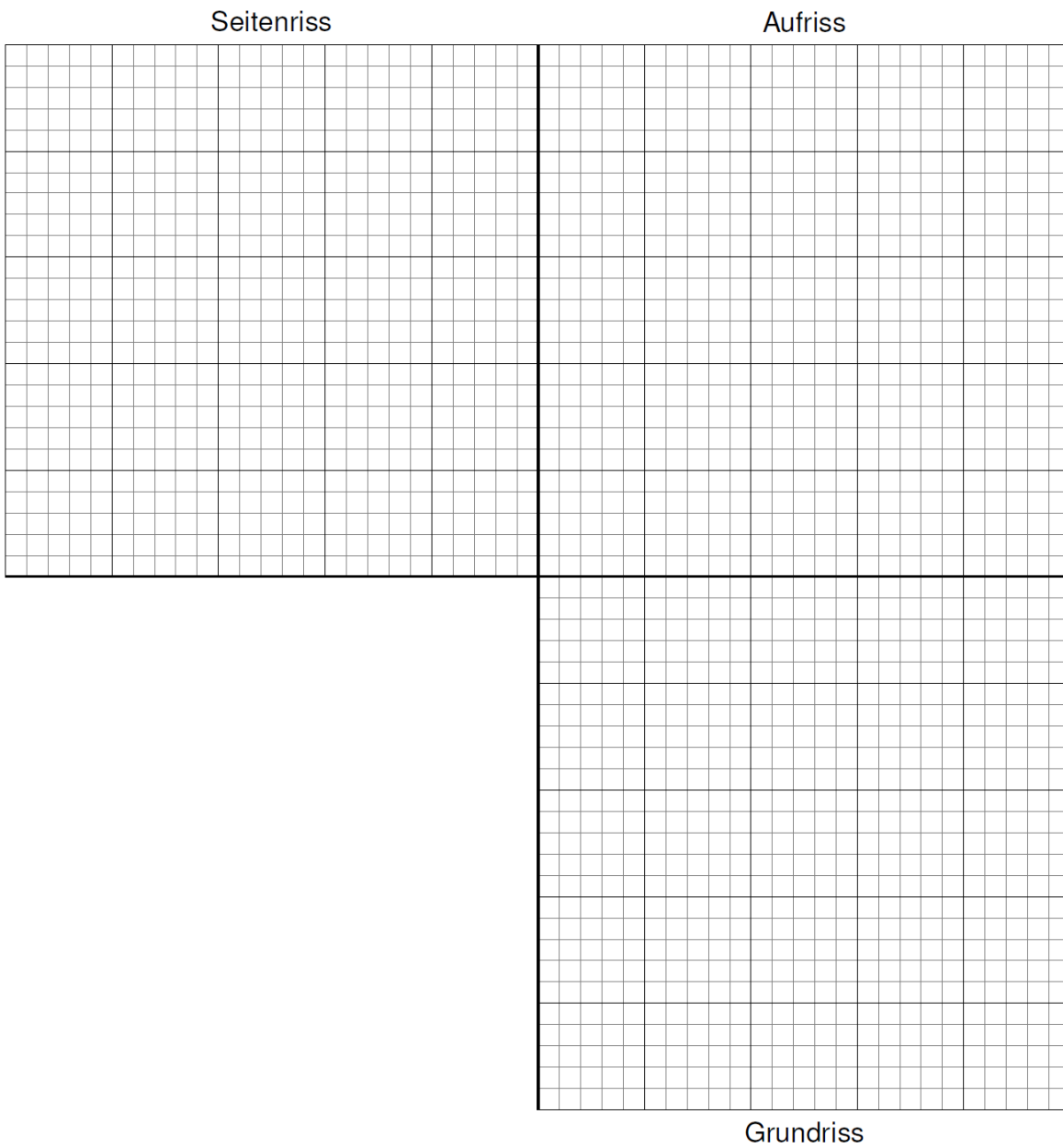
Vorlage für Aufgabe 4c

Name: _____

Vorlage für Aufgabe 6

Preisänderung (in CHF)	-2	-1	0	1	2	x
Preis pro Ticket (in CHF)		59	60	61		$60 + x$
Anzahl Besucher						
Umsatz/Einnahmen (in CHF)						

Name: _____

Vorlage für Aufgabe 8

1 Häuschen entspricht 1 cm.

Name: _____