

Kandidatin / Kandidat

Vorname und Name:

Lösungen

- Beginnen Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt.
- Der Weg zum Resultat muss nachvollziehbar sein.
- In allen numerischen Daten und Resultaten sind die korrekten Einheiten mit anzugeben und eine sinnvolle Präzision einzuhalten.
- Endresultate bitte doppelt unterstreichen.
- Textantworten und Begründungen müssen physikalisch stichhaltig, widerspruchsfrei und sprachlich korrekt formuliert sein.

Bewertung

- Jede Teilaufgabe zählt einen Punkt, sofern dies nicht anders erwähnt wird.
- Die maximale Punktzahl beträgt 43.5 Punkte.
- Die Benotung erfolgt gemäss der Formel:
 $\text{Note} = 1 + \text{Punktesumme} / (0.9 \cdot 43.5) \cdot 5$, wobei auf halbe Noten gerundet und keine Note über 6 gesetzt wird.

Hilfsmittel

- Taschenrechner TI N'Spire CAS oder einfacheres Modell
- DPK Formelsammlung

Allgemeines

- Die Prüfungsdauer beträgt 4 Stunden.

Aufgaben

	1	2	3	4	5	6	7	8	Total
mögliche Punktzahl	8.5	4	4	7	4	4	4	8	43.5
erreichte Punktzahl									

Note.

1. **Sanduhr auf Waage**

Eine klassische Sanduhr (siehe rechts) wird horizontal auf eine genaue Waage gelegt und die Masse zu $M=1.0000\text{ kg}$ bestimmt.

Stellt man die Sanduhr aufrecht auf die Waage, rieselt der Sand langsam mit einem Massenfluss $I=dM/dt=1\text{g/s}=\text{konstant}$ nach unten und durchfällt dabei eine Strecke von $h=6\text{cm}$. Wir fragen uns, ob die Waage mehr, gleich viel oder weniger anzeigt als vorher. Im Internet (gutefrage.de) gibt es dazu verschiedene Meinungen. Wir wollen deshalb das Problem quantitativ angehen.



- a. Erklären Sie kurz die Symbole I (Analogon?) und dM/dt aus dem Text von oben.
- b. Dario behauptet, dass die Waage weniger anzeigt, da ein Teil des Sandes in der Luft «hängt» und nicht mitgewogen wird. Deshalb zeige die Waage weniger an. Um zu bestimmen, wie viel Sand m gerade in der Luft hängt, bestimmen Sie bitte zunächst die Fallzeit t_{Fall} . (0.5P)
- c. Aus dem Massenfluss und der Fallzeit ergibt sich m . Bestimmen Sie m . Was sollte die Waage also gemäss Dario anzeigen?
- d. Marco behauptet, dass der Sand, der unten auf den Boden prallt, dort eine Aufprallkraft F erzeugt und deshalb die Waage mehr anzeigen wird. Wir gehen davon aus, dass der Sand nach dem Aufprall nicht zurückprallt, sondern dort liegen bleibt. Mit welcher Geschwindigkeit v prallt der Sand auf den Boden? (0.5P)
- e. Wie gross ist die «Aufprallkraft»?
- f. Wer hat Recht? Vergleichen Sie die Ergebnisse von c und e und formulieren Sie eine Erkenntnis.
- g. Fassen Sie die Überlegungen von oben auch noch formal zusammen, indem Sie den Ausdruck $F=F_g-F_{\text{Sand in Luft}}+F_{\text{Aufprall}}$ formal umformen.

Wir lassen jetzt noch ein paar qualitative Überlegungen folgen:

- h. Jemand im Internet behauptet, die Waage müsse immer genau gleich viel anzeigen, da ja die Masse der Uhr konstant ist. Was passiert mit der Anzeige einer Personenwaage, wenn die Person auf ihr rasch in die Knie geht? Stimmt also die Behauptung? (0.5P)
- i. Was zeigt die Waage im ersten Moment an, also nachdem die ersten Sandkörner zu fallen begonnen haben, aber den Boden noch nicht erreicht haben? Begründen Sie. Was zeigt die Waage am Ende an, also wenn von oben keine Sandkörner mehr nachfliessen, aber noch einige in der Luft sind? Begründen Sie.
- j. Eine sehr schlaue Person merkt an, dass man die Abnahme der Fallbeschleunigung g mit wachsender Höhe über dem Erdboden berücksichtigen muss. Schätzen Sie mit Hilfe einer Rechnung ab, wie genau eine Waage ungefähr sein müsste, die diesen Effekt nachweisen könnte.

2. Luftmatratze

Eine Luftmatratze hat ein Volumen von $98,5 \text{ dm}^3$. Dieses soll für alle Teilaufgaben konstant bleiben. Die Matratzenhülle hat eine Masse von $1,65 \text{ kg}$. Die Matratze ist auf einen Druck (nicht «Überdruck») von 1.7 bar aufgepumpt. Die Temperatur der Luft im Innern beträgt 28°C .

- Wie gross ist die in der Matratze enthaltene Luftmasse? (Annahme Stickstoff N_2)
- Nachdem die Matratze längere Zeit im Wasser war, ist die Temperatur der Luft im Innern auf 19°C gesunken. Um wie viel hat dadurch die innere Energie der Luft abgenommen?
- Wie viele Luftteilchen müssen noch in die Matratze gepumpt werden, damit der Druck bei 19°C wieder 1.7 bar beträgt?
- Wie viel Masse kann die Matratze maximal tragen (ohne dass diese Masse ins Wasser taucht)? Rechnen Sie mit einer Wasserdichte von 1000 kg/m^3 .

3. Popcorn mit Integralrechnung

In einer Physikstunde haben wir in der Mikrowelle Popcorn zubereitet. Maisstärke (5% Wassergehalt) hat nach Riedel bei 0°C eine Wärmekapazität von $1285 \text{ J}/(^\circ\text{C kg})$, bei 40°C aber eine Wärmekapazität von $1520 \text{ J}/(^\circ\text{C kg})$.

- Wir gehen von einem linearen Zusammenhang $c(\vartheta)$ aus. Stellen Sie die Geradengleichung auf.
- Der bekannte Zusammenhang $\Delta Q = cm\Delta\vartheta$ verallgemeinert sich zu $\Delta Q = \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} c(\vartheta) \cdot m \cdot d\vartheta$. Welche Wärmemenge muss zugeführt werden, um 100g Popcorn von 20°C auf 190°C zu erwärmen?
- Wie gross ist also der Wirkungsgrad einer « 1500W » Mikrowelle, die 2 min. benötigt, um 100g Popcorn von Raumtemperatur auf 190°C zu erwärmen und damit zu «poppen»? (Wir nehmen an, dass das Poppen selbst keine Energie benötigt).
- Entnehmen Sie der Formelsammlung den Dampfdruck von Wasser bei 190°C . Wie viele bar sind das? Welche resultierende Kraft wirkt von innen auf 1cm^2 der Maishülle?



4. Strahlenoptik

- Zeichnen Sie ein Prisma, welches von der Seite die Form eines gleichschenkligen Trapezes hat (Grundseite $a=10 \text{ cm}$, $h=4 \text{ cm}$, obere Seite $c=2\text{cm}$ parallel zu a).
- Berechnen Sie die Innenwinkel.
- Ein Lichtstrahl A verläuft parallel zur Grundseite a in der Höhe $h=1\text{cm}$ und trifft von links auf das Prisma. Zeichnen Sie ihn ein und berechnen und zeichnen Sie Schritt für Schritt den weiteren Strahlverlauf. Prüfen Sie, ob die Bedingung für Totalreflexion erfüllt ist. Der Brechungsindex des hochbrechenden Glases beträgt $n=2.5$. (3P)
- Ein zweiter Lichtstrahl B verläuft parallel zu A in der Höhe $h=3\text{cm}$ und trifft ebenfalls auf das Prisma. Zeichnen Sie ebenfalls seinen Strahlverlauf.
- Wozu könnte man ein solches Prisma verwenden?

5. Wellenoptik

Ein optisches Gitter mit Gitterkonstante d wird zuerst mit einer Laserdiode aus einem CD-Player (780 nm) und dann mit Sonnenlicht (sichtbares Spektrum $380 \text{ nm} < \lambda < 780 \text{ nm}$) beleuchtet. Dabei werden die Winkel studiert, unter denen die Interferenz-Maxima der Ordnung n auftreten.

- Geben Sie die Winkel (in $^\circ$) aller Interferenz-Maxima der Laserdiode an. Das Gitter habe eine Gitterkonstante von $d = 2.5 \mu\text{m}$.
- Wie müsste das Gitter gewählt werden, damit das Maximum zweiter Ordnung ($n = 2$) bei der Laserdiode gerade nicht mehr auftritt?
- Geben Sie die Winkelbereiche an, in welchen das sichtbare Sonnenspektrum in der nullten, ersten und zweiten Ordnung beim Gitter der Teilaufgabe a) erscheint.
- Zeigen Sie formal, dass sich die sichtbaren Sonnenspektren benachbarter Maxima mit $n > 0$ immer überlappen, egal welche Gitterkonstante man wählt.

6. Kernphysik

α -Zerfall: Das Poloniumisotop Po-210 geht durch einen α -Zerfall in stabiles Blei über.

- Schreiben Sie die vollständige Reaktionsgleichung in der kernphysikalischen Schreibweise auf.
- Es liegt ein Präparat von 2.5 mg Po-210 vor. Wie viele Polonium-Atome enthält das Präparat?
- Wie viele Polonium-Kerne dieses Präparats zerfallen während der ersten 90 Tage?
- Welche Aktivität des genannten Präparates ist nach diesen 90 Tagen zu erwarten?

7. Relativität

Das Elementarteilchen „Tauon“ wurde im Jahre 1975 bei einer Elektron-Positron-Kollision entdeckt. Es hat dieselbe Ladung wie das Elektron, eine Ruhemasse von 1.91 u und zerfällt mit $2.01 \cdot 10^{-13} \text{ s}$ Halbwertszeit. Rechnen Sie mit $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

- Wie gross ist die Ruheenergie des Tauons in J und in GeV?
- Wie gross ist der prozentuale Anteil der Ruheenergie an der Gesamtenergie eines Tauons, das sich mit 99 % der Lichtgeschwindigkeit bewegt?
- Wie schnell sind Tauonen im Mittel, wenn sie mit einer (mittleren) Spur von 1 cm Länge von ihrer Erzeugung bis zum Zerfall im Detektor erscheinen?
Hinweis: Wir nehmen hier an, dass sich die Spurlänge ausschliesslich aus der Lebensdauer (im Laborsystem!) ergibt und vernachlässigen Energieverluste im Detektor. Das Resultat müssen Sie mit so vielen Stellen angeben, dass der Unterschied zur Lichtgeschwindigkeit klar erkennbar ist. (2P)

8. **Erfolgreiche Fehlersuche**

Am Freitag 2. Juni 2017 wurde Ihnen im Unterricht ein Generatormodell in Funktion gezeigt¹. Eine Rotorspule (durchschnittlich $A=6\text{ cm}\cdot 7.5\text{ cm}$, $n=3300$ Wicklungen) wurde mit Hilfe eines Elektromotors in einem Magnetfeld gedreht, welches von zwei Helmholtzspulen erzeugt wurde. Die erzeugte Spannung wurde am KO analysiert: $f=10.7\text{ Hz}$, Scheitelspannung $\hat{U}=1.65\text{ V}$.



- a. Leiten Sie ausgehend vom Induktionsgesetz die Formel $\hat{U} = 2\pi f n A \hat{B}$ her. Begründen Sie knapp die entscheidenden Schritte. (2P)
- b. Wie gross sollte die Scheitelspannung sein, wenn man über die von $I=5.7\text{ A}$ durchflossene Helmholtzspule noch die Angabe « $B/I=6.91\cdot 10^{-4}\text{ T/A}$ » hatte.
- c. Leider stimmte der gemessene Wert mit dem berechneten nicht überein. Könnte die Eichung der Spule falsch sein? Suchen Sie in der Formelsammlung die Formel für zwei Helmholtzspulen und beachten Sie, dass der Radius $r=20\text{ cm}$ beträgt und die Spulen je 154 Wicklungen aufweisen.
- d. Könnte vielleicht die Windungszahl der Rotorspule falsch angegeben worden sein? Der Durchmesser des Kupferdrahtes wurde mit $d=0.1\text{ mm}$ angegeben. Der quadratische Querschnitt der Spule betrug ca. $6\text{ mm}\times 6\text{ mm}$. Schätzen Sie hieraus die Windungszahl ab?
- e. Kollege Huber hatte noch eine bessere Idee. Er mass den ohmschen Widerstand der Spule zu $R=2.25\text{ k}\Omega$. Zu welchem Wert für die Wicklungszahl kam er?
- f. Die beiden überlegten, ob vielleicht der doch recht grosse, unberücksichtigte Widerstand der Spule (Teil e) die gemessene Scheitelspannung verringert hatte. War dies möglich? Gehen Sie dazu von einem Innenwiderstand des KO von $20\text{ M}\Omega$ aus. Welche Stromstärke und welcher Spannungsabfall ergeben sich?
- g. Nach längerer Suche stellte sich heraus, dass das Multimeter, welches die Stromstärke in den Feldspulen gemessen hat, der Übeltäter war und der Stecker fälschlich in die «2A» Buchse, statt die «10A» Buchse gesteckt worden war. Nach Korrektur betrug die gemessene Stromstärke nur noch 2.3 A . Überprüfen Sie, ob nun die Messungen zur Vorhersage passten und wie gross die relative Abweichung war.

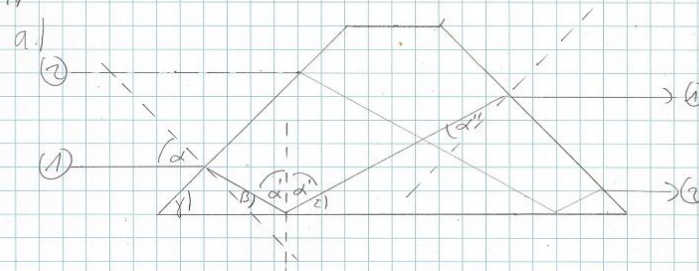
Viel Erfolg wünscht Ihnen U. Dammer

¹ Die Aufgabe kann gelöst werden, auch wenn Sie sich an diese Lektion nicht mehr erinnern sollten.

Lösungen

- 1a I erinnert an die Stromstärke $I=dQ/dt$. Die dy/dt steht für den Differentialquotient, also die Ableitung.
- 1b $t_{\text{Fall}}=\sqrt{2h/g}=0.111\text{s}$. (0.5P)
- 1c $m=t_{\text{Fall}}\cdot I=0.111\text{g}$ (Der ganz Sand einer "Sandwurst" der Länge h fällt in der Zeit t_{Fall} herunter), Die Waage sollte $M'=999.889\text{g}$ anzeigen.
- 1d $v=g\cdot t=1.084\text{ m/s}$ (0.5P)
- 1e $F=dp/dt=dm/dt\cdot v=1.085\text{ mN}$
- 1f $m''=F/g=0.111\text{g}$ Zusatzmasse wird angezeigt. Das entspricht genau dem Wert aus c, d.h. die Waage zeigt genau $M=1.0000\text{kg}$ an. Beide Effekte heben sich gegenseitig genau auf.
- 1g $F=F_g-F_{\text{Sand in Luft}}+F_{\text{Aufprall}}=Mg-(I t_{\text{Fall}})g+I (t_{\text{Fall}} g)=Fg$
- 1h Diese Waage zeigt einen Moment lang weniger an. Das Gewicht des Körpers lasten einen Moment lang nicht voll auf der Waage. (0.5P)
- 1i Sie zeigt weniger an. Nur der Effekt von Dario tritt auf.
Sie zeigt mehr an. Der Effekt von Dario wird stetig kleiner, der von Marco bleibt.
- 1j $F \propto 1/r^2$. Erdradius $R_E=6370\text{km}$. $((R+h)/R)^2=1.000000019$, also im $2\cdot 10^{-8}\text{kg}=19\mu\text{g}$
- 2
- a $pV=nRT \rightarrow n=6.694\text{ Mol} \rightarrow m=(28.96\text{g/Mol})\cdot n=193.9\text{g}$ (M_{Luft} nach Wikipedia, «trocken», oder einfach 28g für N_2) oder
 $m=\rho V=(1.293\cdot 273/301\cdot 1.7/1)\cdot V=2.00V=196.4\text{g}$ (Diskrepanz?)
Stickstoff: $m=28\text{g/Mol}\cdot n=187.4\text{g}$
- b $\Delta U=\Delta Q=cVn\Delta\vartheta=C_V n\Delta\vartheta=(C_p-R)\cdot n\cdot \Delta\vartheta=(29.1-8.31)\cdot n\cdot \Delta\vartheta=1253\text{J}$
- c $pV=n_2RT_2 \rightarrow n_2=6.900\text{ Mol} \rightarrow \Delta N=N_L\cdot \Delta n=1.25\cdot 10^{23}$
- d Archimedes: Masse der verdrängten Wassermenge-Eigenmasse
 $M=\rho_w\cdot V-m_M=96.9\text{kg}$
- 3
- a $c(\vartheta)=c_0+k\vartheta=1285+(1520-1285)/40\cdot \vartheta=1285\text{J}(\text{kg}^\circ\text{C})+5.875\text{J}/\text{kg}\cdot \vartheta$
- b $\Delta Q = \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} c(\vartheta)m \cdot d\vartheta = m[1285\vartheta + 5.875/2\vartheta^2] \dots = 32.33\text{kJ}$
- c $P\cdot t\cdot \eta = \Delta Q \rightarrow \eta = 18\%$
- d $p(190\text{C})=1255\text{kPa}=12.6\text{bar}$, $\Delta p=p(190)-p_0=1155\text{kPa}$, $F=\Delta p\cdot A=116\text{N}$

4f)

a.) 

b.) $\tan \gamma = \frac{4}{4} \rightarrow \gamma = 45^\circ, \delta = 135^\circ$

c.) $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 2.5 \rightarrow \beta = 16.4^\circ, \alpha' = 90^\circ - (135^\circ - 191^\circ - \beta) = 61.4^\circ$

$\frac{\sin \alpha_0}{\sin 90^\circ} = 2.5 \rightarrow \alpha_0 = 23.5^\circ \rightarrow$ Totalreflexion

$\alpha'' = 180^\circ - 135^\circ - (90^\circ - \alpha') = 16.4^\circ = \beta$ (Symmetrie!)

$\beta'' = 45^\circ$ (" ")

d. n_2

e. Umkehrprisma

5

- a $d \sin(\alpha) = \lambda \cdot n \rightarrow \alpha_0 = 0^\circ, \alpha_1 = 18.2^\circ, \alpha_2 = 38.6^\circ, \alpha_3 = 69.4^\circ$
- b $\alpha_2 = 90^\circ \rightarrow d = 1.56 \mu\text{m}$
- c $\alpha_0 = 0^\circ, \alpha_1 \in [8.74^\circ, 18.2^\circ], \alpha_2 \in [17.7^\circ, 38.6^\circ]$
- d Überlappung, wenn $\sin(\alpha_n)$ (bei 780nm) $>$ $\sin(\alpha_{n+1})$ (bei 380nm) führt mit der Monotonie der Sinusfunktion für $0 < \alpha < 90^\circ$ zu $n \cdot 780 \text{nm} > (n+1) \cdot 380 \text{nm}$ oder $(n+1)/n < 2.05$, was für alle $n > 0$ erfüllt ist.

6

- a Po-210 \rightarrow Pb-206 + α
- b $N = 2.5 / 210000 \cdot N_L = 7.14 \cdot 10^{18}$
- c $T = 138.4$ Tage
 $N(90 \text{ Tage}) = N(0) \cdot 0.5^{90/T} = 4.55 \cdot 10^{18} \rightarrow \Delta N = -2.59 \cdot 10^{18}$
- d $A_0 = \lambda N = \ln 2 / T \cdot N = 4.14 \cdot 10^{11} \text{Bq}, A(90 \text{d}) = A_0 \cdot 0.5^{90/T} = 2.64 \cdot 10^{11} \text{Bq}$

7

- a $E = m_0 c^2 = 2.85 \cdot 10^{-10} \text{J} = 1.783 \text{GeV}$
- b $m(v) = m_0 \cdot \sqrt{1 - v^2/c^2}, m_0/m(v) = \cdot \sqrt{1 - v^2/c^2} = 14.1\%$
- c Strecke $s' = 1 \text{cm}$ ist im Laborsystem, also muss T' auch ins Laborsystem gebracht werden:
 $T' = T_0 \cdot \sqrt{1 - v^2/c^2} = s'/v \rightarrow v = \sqrt{(s'/(T + s^2/c^2))} = 299'994546 \text{m/s} = 0.999982c$

8

- a $U(t) = n \cdot B \cdot dA/dt = nBA d(\sin \omega t) = (\text{Faraday}) nBA \omega \cos(\omega t)$ (Kettenregel) \rightarrow
 $U = nAB\omega = 2\pi f \cdot nAB$ (2P)
- b $U = 2\pi f \cdot nAB = 3.93 \text{V}$
- c $B = 0.716 \cdot \mu\text{NI}/r = 6.93 \cdot 10^{-4} \text{T/A}$ stimmt
- d $n = 36 \text{mm}^2 / (0.1 \cdot 0.1 \text{mm}^2) = 3600$ Windung, stimmt ungefähr
oder 4580 Windungen bei Kreis, korrekt wäre wohl dichteste Zylinderpackung
- e $R = \rho L/A \rightarrow n = L/27 \text{cm} = 1040 \text{m} / 0.24 \text{m} = 3850$ Wicklungen mit $\rho = 1.7 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$ erklärt den Fehler nicht
- f $I = 1.65 \text{V} / 20 \text{M}\Omega = 83 \text{nA}$ (Scheitel), $\Delta U = I \cdot R = 0.19 \text{mV}$ erklärt den Fehler nicht
- g $U' = 2\pi f \cdot nAB' = 3.93 \text{V} \cdot 2.3 \text{A} / 4.7 \text{A} = 1.59 \text{V}$ sind 4% Abweichung zu den gemessenen 1.65V, passt!