

- Bemerkungen:
- Die Prüfungsdauer beträgt 4 Stunden.
 - Beginnen Sie jede Aufgabe mit einem neuen Blatt.
 - Stellen Sie die Lösungswege übersichtlich und korrekt dar.
 - Bitte geben Sie Ergebnisse immer mit drei signifikanten Stellen an, auch wenn die Angaben in den Aufgaben weniger genau erscheinen.
- Hilfsmittel:
- Taschenrechner TI89/Voyage200 und DPK Formelsammlung.

Punkte- verteilung	1	2	3	4	5	6	Summe
	1+1+2	1+2+2+1	1.5+1+2+2	1+1+1+2	2+2+1+2	1+1+2+2+1+1	36.5

1. Höchstleistung im Miniaturbereich

Die Forschenden von der ETH setzten sich zum Ziel, eine portable Verbrennungs-Gasturbine zu bauen, die ein Volumen von einem Liter haben und ein Kilogramm schwer sein sollte. Ausserdem musste sie über einen Zeitraum von zehn Stunden eine elektrische Leistung von 100 Watt bei 500'000 Umdrehungen in der Minute liefern.

- Welche Energie liefert die Mikrogasturbine in den erwähnten 10 Stunden? Vergleichen Sie – ausgehend von den Angaben – die Energiedichte mit der eines modernen NiMH-Akkus (0.22 MJ/kg). (Faktor?)
- Eine Turbinenschaufel bestehe aus einem rechteckigen Alublech (2cm·0.7cm·1mm, Drehachse entlang der 0.7 cm). Welche „Fliehkraft“ zieht an der Verankerung, wenn wir vereinfachend annehmen, die Masse sei im Schwerpunkt 1 cm von der Drehachse entfernt konzentriert?

- Wir stellen uns die Turbinenschaufel der Länge L aus Streifen der Länge dx aufgebaut vor. Entwickeln Sie mit Hilfe der Integralrechnung eine Formel für die Fliehkraft mit der das Blech (Breite b parallel zur Drehachse, Dicke d, Drehfrequenz f) an der Verankerung zieht. Vergleichen Sie mit dem genäherten Wert aus Teil c.



2. Standfestigkeit von Getränkedosen (nach Geo April 2007)

Die Decken sind ausgebreitet, die Leckereien aufgetischt, die Gäste haben sich niedergelassen, das Picknick kann beginnen. Die ersten Dosen werden geöffnet und nach einem kräftigen Schluck ins Gras gestellt – wo sie ständig umzufallen drohen. Wann stehen diese Behältnisse am sichersten, wann liegt also der Schwerpunkt am tiefsten, fragte sich der Mathematiker Norbert Herrmann von der Universität Hannover. Bei einer üblichen Halbliterdose beträgt die Höhe $H=16\text{cm}$, das Bruttogewicht $M=537\text{g}$ und das Leergewicht $m=37\text{g}$ (Lufteinschlüsse sind zu vernachlässigen)

- Die Variable h bezeichnet die Höhe des Flüssigkeitsspiegels über dem Boden. In welcher Höhe y_s liegt der Schwerpunkt bei der vollen bzw. leeren Dose? Skizzieren Sie qualitativ richtig ein $y_s(h)$ Diagramm.
- Entwickeln Sie eine Formel für $y_s(h)$, die nur die angegebenen Parameter M, m und H enthält.
- Finden Sie eine Formel für das optimale h.
- Finden Sie den Zahlenwert für das optimale h.

3. Ungewöhnlicher Weltrekord in Walenstadt

(sda) In der Schutznetz-Prüfanlage in Walenstadt ist am Mittwoch ein Weltrekord aufgestellt worden. Erstmals hielt ein Steinschlag-Schutznetz einen 16 Tonnen schweren Felsblock auf. Die Prüfung des neu entwickelten Schutznetzes war spektakulär. Aus 32 Metern Höhe wurde von einem Kran aus ein Stahlbetonwürfel mit einer Kantenlänge von zwei Metern auf das zu prüfende Stahlnetz fallen gelassen. Dort traf der Block mit einer Geschwindigkeit von 90 Kilometern pro Stunde auf. Das Netz hielt diesen Kräften stand.

Wie Versuchsleiter Werner Gerber von der eidgenössischen Forschungsanstalt WSL (Wald, Schnee, Landschaft) sagte, wurde dabei innert Sekundenbruchteilen eine Energie von 5000 Kilojoule abgebaut.

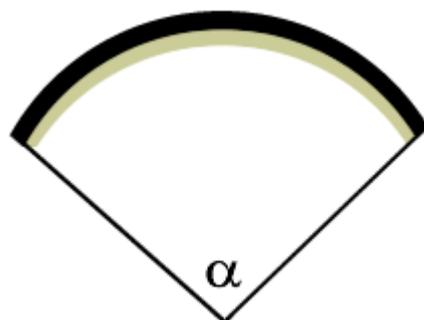
- Bestätigen Sie durch Rechnung die Angaben „16 Tonnen“, „90 km/h“ und „5000kJ“.
- Die Zugfestigkeit von Stahlseilen beträgt nach Wikipedia etwa $9 \cdot 10^8 \text{ N/m}^2$. Welchen Durchmesser müsste ein einzelnes Stahlseil haben, um 16 Tonnen (in Ruhe vertikal hängend, ohne Bremseffekt) zu halten?
- Der „Elastizitätsmodul“ (siehe Formelsammlung) betrage $E = 4.5 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$. Um welche Strecke ΔL_1 würde sich ein Stahlseil (Länge 8m, Durchmesser sicherheitshalber 3cm) durch die ruhende Last verlängern? Wie gross ist also die Federkonstante D dieses Seils?
- Um welche Strecke ΔL_2 würde das Seil aus Teil c vertikal hängend durch einen wie beschrieben fallenden, angehängten Stein gedehnt, wenn es nicht vorher reissen würde? (Vereinfachung: Bei E_{pot} können Sie die Bremsstrecke vernachlässigen) Welche Kraft müsste das Seil also maximal aushalten? Hält es?

4. Wärmeausdehnung

- Um wie viel Prozent dehnt sich ein Messingstab in der Länge aus, wenn er um 50°C erwärmt wird?
- Um wie viele Millimeter steigt der Wasserspiegel in einem 2.3 m tiefen Becken, wenn das Wasser um 20°C erwärmt wird? (Ausdehnung Becken vernachlässigt)

Ein Bimetal bestehe aus je 0.5mm dicken Streifen aus Eisen bzw. Aluminium ($L_0 = 20\text{cm}$). Es wird um 200°C erwärmt. Wir nehmen an, dass es anfangs gerade ist und sich „kreisförmig“ biegt, siehe Abbildung (Dickenänderung vernachlässigt).

- Berechnen Sie die neuen Längen L_1 , L_2 der beiden Metallstücke.
- Berechnen Sie den Sektorwinkel α in $^\circ$ oder rad.



5. Lichtbrechung und unabhängig davon Kernphysik

Ein Indianer (Augenhöhe 155 cm) steht im flachen Wasser (40 cm) und versucht mit einem geraden Speer einen Fisch zu fangen. Dieser befindet sich 10 cm über dem Seeboden in 150 cm Horizontalabstand vom Indianer.

- a. Stellen Sie die Situation im Massstab 1:20 schematisch dar. Ein vom Fisch F ausgehender Lichtstrahl wird an der Wasseroberfläche im Punkt P gebrochen und trifft dann ins Auge A des Indianers. Wir bezeichnen die Strecke zwischen P und dem Indianer (entlang der Wasseroberfläche gemessen) mit x . Ergänzen Sie in der Zeichnung den Lichtstrahl qualitativ richtig (und beschriften Sie P und x). Wohin muss der Indianer mit dem Speer zielen, wenn er den Fisch mit dem Speer treffen will? Etwas vor oder etwas hinter die Stelle, an der er den Fisch sieht? Begründen Sie!
- b. Jetzt soll die exakte Position von P berechnet werden ($n_{\text{Wasser}}=1.33$). Finden Sie den Wert x .
- c. Das Gewässer ist mit radioaktivem ^{60}Co belastet, welches der Fisch aufgenommen hat. Ein Gramm Fischgewebe strahlt mit einer Aktivität von 5.3kBq. Wie viele ^{60}Co Atome enthält der Fisch (260g)? (Annahme: keine andere Belastung)
- d. Der Indianer (60kg) isst den Fisch und ein Prozent des darin enthaltenen ^{60}Co wird in seinen Körper eingebaut, der Rest ausgeschieden. Wie gross ist die Äquivalenzdosis in Sievert, mit welcher der Fisch den Indianer im ersten Jahr belastet?
(Annahme: Jeder Zerfall hat im die mittlere Energie von 1MeV, welche vom Indianer absorbiert wird. Die Aktivität bleibe annähernd konstant)

6. Diverses aus der Elektrizitätslehre

- a Ein Heizdraht hat einen Widerstand von 30Ω . Welche Spannung muss man anlegen, um eine Leistung von 300 W zu erhalten?
- b₁ Die Verkabelung in einem Wohnhaus bestehe aus Kupferleitungen (Querschnittsfläche 2 mm^2). Wie gross ist der Widerstand einer 30 m Leitung (nur „Hinweg“)?
- b₂ Ein 53Ω Teekoher wird über die Leitung aus Teil b (und „Rückleitung“) ans Schweizer Netz angeschlossen. Berechnen Sie die Stromstärke. Ein Teil der Spannung fällt über dem Kabel ab und erwärmt es. Berechnen Sie die in der Leitung in Wärme umgewandelte Leistung (als Verlustleistung in % der Gesamtleistung).
- c Sie verfügen über eine Batterie, ein Multimeter, einen Hilfswiderstand, einen Funktionsgenerator, einen KO und diverse Kabel. Ihre Aufgabe ist es, die Induktivität und den ohmschen Widerstand einer Lautsprecherspule zu messen. Wie gehen Sie vor? Beschreiben Sie Schritt für Schritt.
- d₁ Wir stellen uns vor, ein Elektron bewege sich mit $v=100'000\text{ m/s}$ in einem zur Bahn senkrechten, homogenen Magnetfeld ($B=20\text{ }\mu\text{T}$) und werde auf eine Kreisbahn gezwungen. Berechnen Sie den Radius des Kreises. Leiten Sie die benutzte Formel selber her.
- d₂ Andere Elektronen im Feld aus d₁ haben andere Geschwindigkeiten. Auch sie kreisen im Magnetfeld. Zeigen Sie formal, dass die Umlaufzeit für alle gleich ist. Wie gross ist sie?

Viel Erfolg wünscht Dr. U. Dammer

Lösungen

1.		
a.	E=1kWh, Energiedichte Faktor 16 grösser als bei Akku	1
b.	$\tilde{F}_z = m \frac{v^2}{r} = 4\pi^2 m f^2 r = 10.4 \text{ kN}$ mit $m=3.78 \cdot 10^{-4} \text{ kg}$	1
c.	$F_z = \int \frac{v^2}{r} dm = 4\pi^2 f^2 \int_0^L \rho b \cdot d \cdot x \cdot dx = 2\pi^2 f^2 \rho b d L^2 = 10.4 \text{ kN}$ <i>exakt gleich</i> (hat mit der Definition des Schwerpunktes zu tun)	2
2.		
a.	$y_s(0)=y_s(H)=H/2$ aus Symmetriegründen. Dazwischen gibt es ein Minimum.	1
b.	$y_s = \frac{\frac{H}{2} m + \frac{h}{2} \cdot \frac{h}{H} (M - m)}{\frac{h}{H} (M - m) + m}$ mit der Masse der Flüssigkeit $\frac{h}{H} (M - m)$	2
c.	$h = \frac{H \sqrt{m} \cdot (\sqrt{m} - \sqrt{M})}{m - M}$	2
d.	h=3.33 cm.	1
3.		
a.	$m=17.6 \text{ To}$, $v=90.2 \text{ km/h}$, $E_{\text{pot}}=5.02 \text{ MJ}$	1.5
b.	$A=1.74 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$, $d=1.49 \text{ cm}$	1
c.	$dL1=39.5 \text{ mm}$, $D=3.97 \cdot 10^6 \text{ N/m}$	2
d.	$dL2=1.59 \text{ m}$, $F_{\text{max}}=D \cdot dL2=6.32 \cdot 10^6 \text{ N}$, ca. 10x grösser als Zerreiskraft $6.36 \cdot 10^5 \text{ N}$, nein	2
4.		
a.	$dL/L=0.09\%$	
b.	$dL=9.5 \text{ mm}$	1
c.	$L1=20.048 \text{ cm}$ (Eisen), $L2=20.0952 \text{ cm}$ (Alu)	1
d.	$\alpha r=L1$ und $\alpha(r+d)=L2 \rightarrow \alpha=0.944=57^\circ$	1
		2
5.		
a.	Skizze, Der Indianer zielt etwas vor den Punkt, an dem er den Fisch sieht, siehe Skizze.	2
b.	$\sin(\alpha)/\sin(\beta)=1.33 \rightarrow$ (Pythagoras und solve) $x=129.6 \text{ cm}$ oder mit $\tan(\alpha) \dots$	
c.	$N=260 \cdot A \cdot T / \ln 2 = 3.31 \cdot 10^{14}$.	2
d.	$A=5.3 \cdot 10^3 \cdot 2.60 \text{ Bq} = 13.7 \text{ kBq} = 4.3 \cdot 10^{11}$ Zerfälle pro Jahr, entspricht $E=0.069 \text{ J/Jahr} = 1.2 \text{ mJ}/(\text{Jahr} \cdot \text{kg Körpergewicht}) = 1.2 \text{ mSv}$ (da $Q=1$)	1
		2
6.		
a.	$U=94.9 \text{ V}$	
b1	$R=0.255 \Omega$	1
b2	$I=4.30 \text{ A}$, $P_{\text{Loss}}=9.4 \text{ W}$ entspricht 0.96% von $P_{\text{total}}=989 \text{ W}$	1
c	1) Mit Batterie und Amperemeter den ohmschen Widerstand bestimmen KO mit Hilfswiderstand zum Strommesser umbauen. Funktionsgenerator z.B. auf 1kHz einstellen. Impedanzformel für Serieschaltung aus FS verwenden, nach L auflösen	2
d1	$r=2.84 \text{ cm}$	2
d2	$T = \frac{2\pi}{v} = \frac{2\pi \frac{mv}{eB}}{v} = \frac{2\pi m}{eB}$ <i>unabhängig von v</i>	1
		1