

Aufgabe 4 (11 Punkte)

Die folgenden drei Teilaufgaben sind voneinander unabhängig.

4.1 Ein Computerprogramm erzeugt zufällig ein Passwort, das aus zwei kleingeschriebenen, voneinander verschiedenen Buchstaben und vier verschiedenen Ziffern 0, 1, 2, ... oder 9 besteht.

- Wieviele verschiedene Passwörter sind möglich ?
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit beginnt das Passwort mit den beiden Buchstaben ?
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit stehen die beiden Buchstaben des Passwortes *nicht* nebeneinander ?

4.2 Ein Sportschütze nimmt an, dass er bei einem Schuss sein Ziel mit der Wahrscheinlichkeit 0.9 trifft. Er bietet seinen Schützenfreunden folgende Wette an: er schießt 20 mal. Falls von den 20 Schüssen mindestens 17 treffen, erhält er 100.-- Fr, andernfalls muss er 500.-- Fr bezahlen.

- Berechnen Sie die Gewinnerwartung des Schützen.
- Welchen Betrag (anstatt der 500.-- Fr) darf er im Falles eines Verlustes höchstens bezahlen, damit er auf die Dauer keinen Verlust erleidet ?

4.3. In einer Bevölkerungsgruppe sei jede 20. Person mit einer Krankheit K infiziert. Ein Diagnosetest liefert bei einer infizierten Person mit der Wahrscheinlichkeit 0.96 und bei einer nicht infizierten Person mit Wahrscheinlichkeit 0.99 die richtige Diagnose.

- Eine Person unterzieht sich dem Test und erhält ein positives Resultat. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist diese Person tatsächlich mit K infiziert ?
- Eine Person unterzieht sich dem Test und erhält ein negatives Resultat. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist diese Person tatsächlich *nicht* mit K infiziert ?

Aufgabe 5 (6 Punkte)

Mit einem Thermometer soll die Temperatur des Wassers in einer Badewanne gemessen werden. Sobald das Thermometer ins Wasser getaucht wird, ist die zeitliche Veränderung der angezeigten Temperatur y proportional zur Differenz zwischen der Wassertemperatur w und der angezeigten Temperatur; d.h. es gilt :

$$dy / dt = a \cdot (w - y) \quad (t \text{ ist die Zeit ; } a \text{ eine Konstante, die sog. Thermometerkonstante}).$$

- Bestimmen Sie die möglichen Funktionen $y(t)$.
- Zur Zeit $t = 0$ zeigt das Thermometer 18° an (Zimmertemperatur). w sei 38° und a 0.75 min^{-1} . Bestimmen Sie die Funktion $y(t)$ und stellen Sie diese graphisch dar für $0 \leq t \leq 10 \text{ min}$. Berechnen Sie die Zeit, in welcher sich die angezeigte Temperatur bis auf 0.1° an die Wassertemperatur angenähert hat.

Aufgabe 6 (6 Punkte)

Wir betrachten die Funktion f mit der Gleichung $y = f(x) = 1/x$ auf einem Intervall $[1; b]$, $b > 1$.

Dieses Intervall $[1; b]$ soll durch die Punkte mit den Abszissen $1, q, q^2, q^3, \dots, q^n = b$ in n Abschnitte zerlegt werden. Zu dieser Zerlegung bildet man die Obersumme O_n der gegebenen Funktion f .

Berechnen Sie O_n , ausgedrückt allein durch b und n . Berechnen Sie dann den Grenzwert von O_n für $n \rightarrow \infty$, ohne die limit-Funktion des Taschenrechners zu gebrauchen, aufgrund der geometrischen Bedeutung von O_n .