Gymnasium Liestal
Mathematik Profile M und S

Maturitätsprüfungen 2003
Klasse 4MS

Bemerkungen:	- Die Prüfungsdauer beträgt 4 Stunden.
	- Beginnen Sie jede Aufgabe mit einem neuen Blatt.
	- Die Arbeit mit dem Taschenrechner muss dokumentiert sein.
Hilfsmittel:	- CAS-Taschenrechner mit Anleitung und Formelsammlung.
Punkte:	- Bei jeder der 5 Aufgaben können maximal 12 Punkte erreicht werden.

Vektorrechnung

1. Eine Fliege verlässt zum Zeitpunkt $t = 0$ den Punkt $A(-3/2/-1)$ und bewegt sich geradlinig durch das Wohnzimmer zum Punkt $B(1/10/-1)$. Gleichzeitig ($t = 0$) startet eine Biene auf einer Blume im Punkt $C(4/2/-5)$. Sie fliegt auch geradlinig und in Richtung des Vektors $\vec{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ (Alle Koordinaten sind in Metern gemessen).

1.1. Zeigen Sie, dass die beiden Flugbahnen sich schneiden und berechnen Sie den Schnittpunkt *S*. (2.5P)

1.2. Welches Insekt trifft zuerst im Schnittpunkt *S* ein, wenn die Fliege für die Strecke von *A* nach *S* 1.5 Sekunden benötigt und die Biene mit der konstanten Geschwindigkeit von $\sqrt{14}$ m/s unterwegs ist? (1P)

1.3. Unter welchem Winkel schneiden sich die Flugbahnen? (1.5P)

1.4. Wie nahe fliegt die Fliege an der Blume (Punkt *C*) vorbei? (2.5P)

1.5. Die Fliege landet im Punkt *B* auf einem ebenen (unbeweglichen) Lampenschirm, der in der Ebene $E(BDF)$ mit $D(2/1/4)$ und $F(3/1/6)$ liegt. Berechnen Sie die Koordinatengleichung der Ebene $E(BDF)$. (1.5P)

1.6. Ein Kind wirft vom Punkt $G(-4/8/5)$ aus einen elastischen Gummiball, dessen Ausdehnung vernachlässigt werden soll, auf die Fliege auf dem Lampenschirm. Der Ball trifft den Lampenschirm genau am richtigen Ort, die Fliege entweicht aber rechtzeitig. In welche Richtung prallt der Ball vom Lampenschirm ab (die Erdanziehung wird nicht berücksichtigt)? (3P)

Rationale Funktion

2. Gegeben ist die Funktion $f: y = \dfrac{x^2 + ax + b}{x + c}$.

2.1. Der Graph der Funktion hat an der Stelle $x = 3$ einen Pol. Die Tangente im Kurvenpunkt $P(4/21)$ steht senkrecht auf der Geraden $x - 11y + 227 = 0$. Bestimmen Sie die Funktionsgleichung von f. (5P)

2.2. Wählen Sie nun $a = -2, b = 1, c = -3$.

2.2.1. Berechnen Sie die Gleichung der schiefen Asymptote von f. (1P)

2.2.2. Berechnen Sie $k > 4$ so, dass die Fläche zwischen der Kurve, den Geraden $x = 4$ und $x = k$ sowie der schiefen Asymptote den Wert 4 hat. (6P)

Wahrscheinlichkeit

3. Die untenstehenden Teilaufgaben 3.1., 3.2., 3.3. und 3.4. sind unabhängig voneinander zu lösen.

3.1.1. Wie viele (auch sinnlose) Wörter lassen sich mit den Buchstaben GESUNDHEIT bilden? (1P)

3.1.2. Wie viele dieser Wörter enthalten das Teilwort IDEEN? (1P)

3.2. An einem Kongress in Oslo können aus Zeitgründen nur 6 neue Behandlungsmethoden vorgestellt werden. Zur Auswahl stehen 4 dänische, 7 norwegische und 5 schwedische Beiträge. Alle Länder sollen gleich viele Methoden vorstellen dürfen.
Wie viele Möglichkeiten hat die Kongressleitung bei der Auswahl der Beiträge,

3.2.1. wenn es nur darauf ankommt, welche Behandlungsmethoden ausgewählt werden? (1.5P)

3.2.2. wenn es darauf ankommt, welche Behandlungsmethoden ausgewählt werden und in welcher Reihenfolge diese vorgestellt werden, wobei die Beiträge des gleichen Landes hintereinander erläutert werden sollen? (1.5P)

3.3. Ein neu entwickeltes Medikament gegen eine bis anhin unheilbare Kinderkrankheit hat eine Heilungswahrscheinlichkeit von 40%.

3.3.1. Es werden 50 kranke Kinder mit diesem Medikament behandelt. Wie viele geheilte Kinder erwarten Sie nach Abschluss der Behandlung? (0.5P)

3.3.2. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass genau die erwartete Anzahl der 50 behandelten Kinder (Teilaufgabe 3.3.1.) geheilt worden ist? (1.5P)

3.3.3. Berechnen Sie, wie viele kranke Kinder mindestens behandelt werden müssen, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 99.5% mindestens ein geheiltes Kind zu finden. (2P)

3.4. Stellen Sie sich vor, Sie sind Arzt resp. Ärztin und ein Kind kommt mit seinen Eltern zur Untersuchung. Sie vermuten auf Grund der Symptome, dass dieses Kind an der seltenen Tropenkrankheit K leidet. Die Wahrscheinlichkeit dieser Krankheit betrage 0.15%. Nun führen Sie mit Einverständnis der Eltern einen Test durch, dessen Sensitivität 97.6% (d.h. bei einer kranken Testperson zeigt der Test mit einer Wahrscheinlichkeit von 97.6% positiv an) und dessen Spezifität 98.9% (d.h. bei einer nicht kranken Testperson zeigt der Test mit einer Wahrscheinlichkeit von 98.9% negativ an) beträgt.

3.4.1. Erstellen Sie ein Baumdiagramm. (1.5P)

3.4.2. Das Testergebnis ist positiv.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass unter dieser Bedingung das Kind tatsächlich krank ist. (1.5P)

Aufgabe (Funktionen)

4. Die Rainbow Bridge beim Powell See in Arizona ist eine natürliche Sandsteinbrücke, die durch Erosion entstanden ist. Höhe und Breite der Brücke betragen je 100 m. In der Aufsicht kann die Brücke gut mit einer Parabel angenähert werden. Die weiteren Ausdehnungen der Brücke sollen vernachlässigt werden.

4.1. Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Parabel, wenn sich der Ursprung des Koordinatensystems 10 m links vom linken Fuss des Bogens auf dem horizontalen Boden befindet. (2P)
[Wenn Sie diese Teilaufgabe nicht lösen können, verwenden Sie für die weiteren Teilaufgaben die Funktion
$y=-\frac{1}{25}x^2+\frac{24}{5}x-44$.]

4.2. Ein Indianer steht 26 m links vom Koordinatenursprung auf dem Boden. Er schiesst unter einem Winkel von 45° gegen die Horizontale einen Pfeil in Richtung eines Adlers, der auf der Brücke sitzt. (Der Einfluss der Gravitation auf die Flugbahn des Pfeils wird vernachlässigt.) Wie lautet die Gleichung der Flugbahn? (1.5P)

4.3. Der Pfeil verfehlt den Adler und zerschellt an der Brücke. Berechnen Sie die Koordinaten des Brückenpunktes, an dem der Pfeil einschlägt. (2P)

4.4. Die Sonne steht 45° über dem Horizont auf der linken Seite der Brücke (in der Parabelebene). In welchem Punkt der Brücke ist der Sonnenstrahl eine Tangente an die Brücke und wie lang ist der Schatten der Brücke (auf cm genau)? (3P)

4.5. Welches ist für den Indianer der minimale Abschusswinkel, wenn er nicht die Brücke treffen will? (3.5P)

Aufgabe (Exponentialfunktion, Regression)

5. Der Luftdruck nimmt mit zunehmender Höhe ab, und zwar bei einem Aufstieg um 1000 m um (ca.) 12% (konstante Temperatur unterstellt). In Lenzerheide (1476 m ü. M) herrsche am Erdboden der Luftdruck $p_0=839mbar$.

5.1. Bestimmen Sie den Parameter k so, dass die Funktion $p(x)=p_0e^{-k\cdot x}$ den Luftdruck in der Höhe von x Metern über dem Erdboden in Lenzerheide angibt. (2P)

5.2. Wie hoch ist der Luftdruck auf dem Parpaner Rothorn (2863 m ü. M.)? (1P)

5.3. Der Pilot eines Segelflugzeuges fliegt auf seinem Alpenflug von Lenzerheide herkommend über den Strelapass nach Davos. Auf seinem Barographen (Gerät zur Registrierung des Luftdruckes) liest er einen Luftdruck von 719 *mbar* ab. Sein Taschenrechner sagt ihm, dass er mit seiner Höhe den Strelapass mit einer Sicherheitshöhe von 300 m überfliegen kann. Wie hoch (m.ü.M.) ist der Strelapass (auf 10 Meter genau)? (3P)

6. An einem Tag im Mai wurden die folgenden Temperaturen gemessen:

Uhrzeit	6 Uhr	10 Uhr	14 Uhr	18 Uhr	22 Uhr
Temperatur in $^{\circ}C$	9	10	16	17	14

6.1. Geben Sie die Daten in den Data/Matrix Editor ein und berechnen Sie das Regressionspolynom 3. Grades (Koeffizienten mit 4 Dezimalen). Speichern Sie dieses im Y = Editor. (3P)

6.2. Zu welcher Uhrzeit (auf Minuten genau) war an diesem Tag gemäss dieser Regressionsfunktion das Temperaturmaximum und wie hoch war dieses? (1P)

6.3. Warum ist ein Polynomansatz für die Beschreibung des Temperaturverlaufes über mehrere Tage prinzipiell ungeeignet? Welcher einfache Funktionstyp wäre geeigneter? (2P)