Bemerkungen:	- Die Prüfung dauert 4 Stunden
	- Beginnen Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt.
	- Die Lösungswege mit dem CAS-Taschenrechner müssen dokumentiert werden.
	- Die Darstellung der Lösungen wird bewertet.
Hilfsmittel:	- Formelsammlung und Taschenrechner (TI 89/Voyage 200) mit Anleitung
Punkte:	- Bei jeder Aufgabe sind 12 Punkte möglich (Halbaufgaben: 6 Punkte).

1. Aufgabe: Vektorgeometrie

Eine Fliege verlässt zum Zeitpunkt $t = 0$ den Punkt A(–3/2/–1) (Koordinaten in Meter) und bewegt sich geradlinig durch das Wohnzimmer zum Punkt B(1/10/–1). Gleichzeitig ($t = 0$) startet eine Biene auf einer Blume im Punkt C(4/2/–5). Sie fliegt auch geradlinig und in Richtung des Vektors $\vec{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

a) Zeigen Sie, dass die Flugbahnen sich schneiden und berechnen Sie den Schnittpunkt S. (2.5P)

b) Die Fliege braucht 1.5 Sekunden von A bis S. Die Biene ist mit der konstanten Geschwindigkeit $\sqrt{14}$ m/s unterwegs. Welches Insekt trifft zuerst im Schnittpunkt S der Flugbahnen ein? (1P)

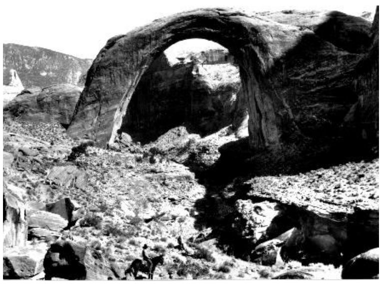
c) Unter welchem Winkel schneiden sich die Flugbahnen? (1.5P)

d) Wie nah fliegt die Fliege an der Blume (Punkt C) vorbei? (2.5P)

e) Die Fliege landet im Punkt B auf einem ebenen (unbeweglichen) Lampenschirm, der in der Ebene α_{BDE} mit D(2/1/4) und E(3/1/6) liegt. Berechnen Sie die Koordinatengleichung von α. (1.5P)

f) Ein Kind wirft vom Punkt F(–4/8/5) aus einen elastischen Gummiball auf die Fliege (Punkt B) auf dem Lampenschirm (Ebene α_{BDE}). Der Ball trifft den Lampenschirm genau am richtigen Ort, die Fliege entweicht aber rechtzeitig. In welche Richtung prallt der Ball vom Lampenschirm ab?
Die Erdanziehung und die Ausdehnung des Gummiballs dürfen vernachlässigt werden. (3P)

2.1 Halbaufgabe: Quadratische Funktion



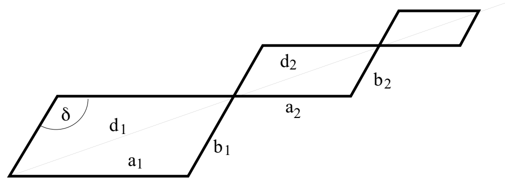
Die Rainbow Bridge beim Powell See in Arizona ist eine natürliche Sandsteinbrücke, die durch Erosion entstanden ist. Die Höhe und die Breite betragen je 100 m. In der Aufsicht kann die Brücke gut mit einer Parabel angenähert werden. Weitere Ausdehnungen der Brücke sollen vernachlässigt werden.

a) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Parabel, wenn sich der Ursprung des Koordinatensystems 10 m links vom Fuss des Bogens auf dem horizontalen Boden befindet. (2P)
(Wenn Sie diese Teilaufgabe nicht lösen können, verwenden Sie $y = -\frac{1}{25}x^2 + \frac{24}{5}x - 44$.)

b) Ein Indianer liegt 26 m links vom Ursprung auf dem Boden und beobachtet einen Goldadler, der gemütlich auf der zugewandten Seite der Brücke sitzt. Er sieht diesen unter einem Winkel von 45°. Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes, wo der Goldadler sitzt. (2P)

c) Die Sonne steht links von der Brücke in der Parabelebene und scheint unter einem Winkel von 45°. In welchem Punkt streifen die Sonnenstrahlen die Brücke und wie lang ist der Schatten der Brücke? (2P)

2.2 Halbaufgabe: Trigonometrie, Folgen und Reihen



Gegeben ist eine unendliche Folge von zu einander ähnlichen Parallelogrammen P_i. Das erste Parallelogramm P_1 hat die Seitenlängen $a_1 = 6$ cm und $b_1 = 3$ cm, das zweite P_2 hat die Längen $a_2 = 4$ cm und $b_2 = 2$ cm. Der Winkel δ beträgt 120°.

a) Berechnen Sie den Gesamtflächeninhalt A der (unendlich weiterführenden) Figur exakt. (3P)

b) Vom wievielten Parallelogramm P_n an ist der Flächeninhalt A_n kleiner als 1/1000 von A? (1.5P)

c) Berechnen Sie die Gesamtlänge der Diagonale d der (unendlich weiterführenden) Figur. (1.5P)

3. Aufgabe: Extremalproblem und Rotationsvolumen

Gegeben ist die Funktion mit der Gleichung $y = f(x) = \dfrac{20}{x^2 + 4}$.

Die Teilaufgaben a), b) und c) können unabhängig voneinander gelöst werden.

a) Diskutieren Sie die Funktion ohne abzuleiten (Definitionsbereich, Symmetrieverhalten, Nullstellen, Verhalten für $x \to \pm\infty$, Schnittpunkt mit y-Achse) und zeichnen Sie den Graphen. (3P)

b) Der Graph und die x-Achse begrenzen ein unendliches Flächenstück. In dieses Flächenstück soll ein Rechteck ABCD mit maximalem Flächeninhalt einbeschrieben werden, wobei die Ecken A und B auf der x-Achse und die Ecken C und D auf dem Graphen liegen sollen. Berechnen Sie den maximalen Flächeninhalt des Rechtecks. (3.5P)

c) c1) Berechnen Sie die Schnittpunkte der Geraden $y = 2.5$ mit dem Graphen von $f(x)$. (0.5P)
Die Gerade $y = g(x) = 2.5$ und der Graph von $f(x)$ begrenzen ein endliches Flächenstück. Berechnen Sie das Volumen des Rotationskörpers, der entsteht, wenn dieses Flächenstück
c2) um die x-Achse rotiert, (2P)
c3) um die y-Achse rotiert. (2.5P)
c4) Wie verhält sich das Volumen bei Rotation um die y-Achse, wenn die Gerade $g(x) = 2.5$ gegen die x-Achse strebt? Bleibt er endlich oder nicht? Begründen Sie Ihre Antwort. (0.5P)

4. Aufgabe: Exponentialfunktion und Flächenberechnung

Gegeben ist die Funktion $y = f(x) = (x^2 + a\cdot x)\cdot e^{-\frac{x}{2}}$ mit $a > 0$.

Die Teilaufgaben a), b) und c) können unabhängig voneinander gelöst werden.

a) Diskutieren Sie die Funktion für $a = 3$ (Definitionsbereich, Nullstellen, Verhalten für $x \to \pm\infty$, Hoch- und Tiefpunkte) und zeichnen Sie den Graphen. (3P)

b) Die Funktion $f(x)$ soll für $a = 3$ durch $y = g(x) = -x^3 + B\cdot x^2 + C\cdot x + D$ so angenähert werden, dass beide Funktionen die gleichen Nullstellen und die gleiche Steigung im Ursprung haben. Bestimmen Sie die Gleichung für $g(x)$. (4P)

c) c1) Bestimmen Sie die Nullstellen von $f(x)$ in Abhängigkeit von a. (1P)
c2) Zwischen dem Graphen der Funktion $f(x)$ und der x-Achse werden zwei Flächenstücke eingeschlossen. Für welches $a > 0$ haben diese Flächenstücke den gleichen Flächeninhalt? (4P)

5. Aufgabe: Kombinatorik und Wahrscheinlichkeit

Die untenstehenden 4 Teilaufgaben sind unabhängig voneinander zu lösen.

5.1 a) Wie viele (auch sinnlose) Wörter kann man mit den Buchstaben GESUNDHEIT bilden? (1P)
b) Wie viele dieser Wörter enthalten das Teilwort IDEEN ? (1P)

5.2 An einem Kongress in Oslo können aus Zeitgründen nur 6 neue Behandlungsmethoden vorgestellt werden. Zur Auswahl stehen 4 Dänische, 7 Norwegische und 5 Schwedische Methoden. Alle Länder sollen gleich viele Methoden vorstellen dürfen.
Wie viele verschiedene Möglichkeiten hat die Kongressleitung bei der Auswahl der Beiträge,
a) wenn es nur darauf ankommt, welche Behandlungsmethoden ausgewählt werden? (1.5)
b) wenn es darauf ankommt, welche Behandlungsmethoden ausgewählt werden und in welcher Reihenfolge diese vorgestellt werden, wobei die Beiträge des gleichen Landes hintereinander erläutert werden sollen. (1.5P)

5.3 Ein neu entwickeltes Medikament gegen eine bis anhin unheilbare Krankheit hat eine Heilungswahrscheinlichkeit von 40 %.
a) Es werden 50 kranke Kinder mit diesem Medikament behandelt.
Wie viele geheilte Kinder erwarten Sie nach Abschluss der Behandlung? (0.5P)
b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist genau die erwartete Anzahl Kinder geheilt worden? (1.5P)
c) Berechnen Sie, wie viele kranke Kinder mindestens behandelt werden müssen, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 99.5 % mindestens ein geheiltes Kind zu finden. (2P)

5.4 Stellen Sie sich vor, Sie sind Arzt resp. Ärztin und ein Kind kommt mit seinen Eltern zur Untersuchung. Sie vermuten auf Grund der Symptome, dass dieses Kind an einer seltenen Tropenkrankheit K leidet. Die Wahrscheinlichkeit dieser Krankheit betrage 0.15 %. Nun führen Sie mit dem Einverständnis der Eltern einen Test durch, dessen Sensitivität 97.6 % (d.h. bei einer kranken Testperson zeigt der Test mit einer Wahrscheinlichkeit von 97.6 % positiv an) und dessen Spezifität 98.9 % (d.h. bei einer nicht kranken Testperson zeigt der Test mit einer Wahrscheinlichkeit von 98.9 % negativ an) beträgt.
a) Erstellen Sie ein Baumdiagramm. (1.5P)
b) Das Testergebnis ist positiv. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass unter dieser Bedingung das Kind tatsächlich krank ist. (1.5P)

Viel Erfolg